

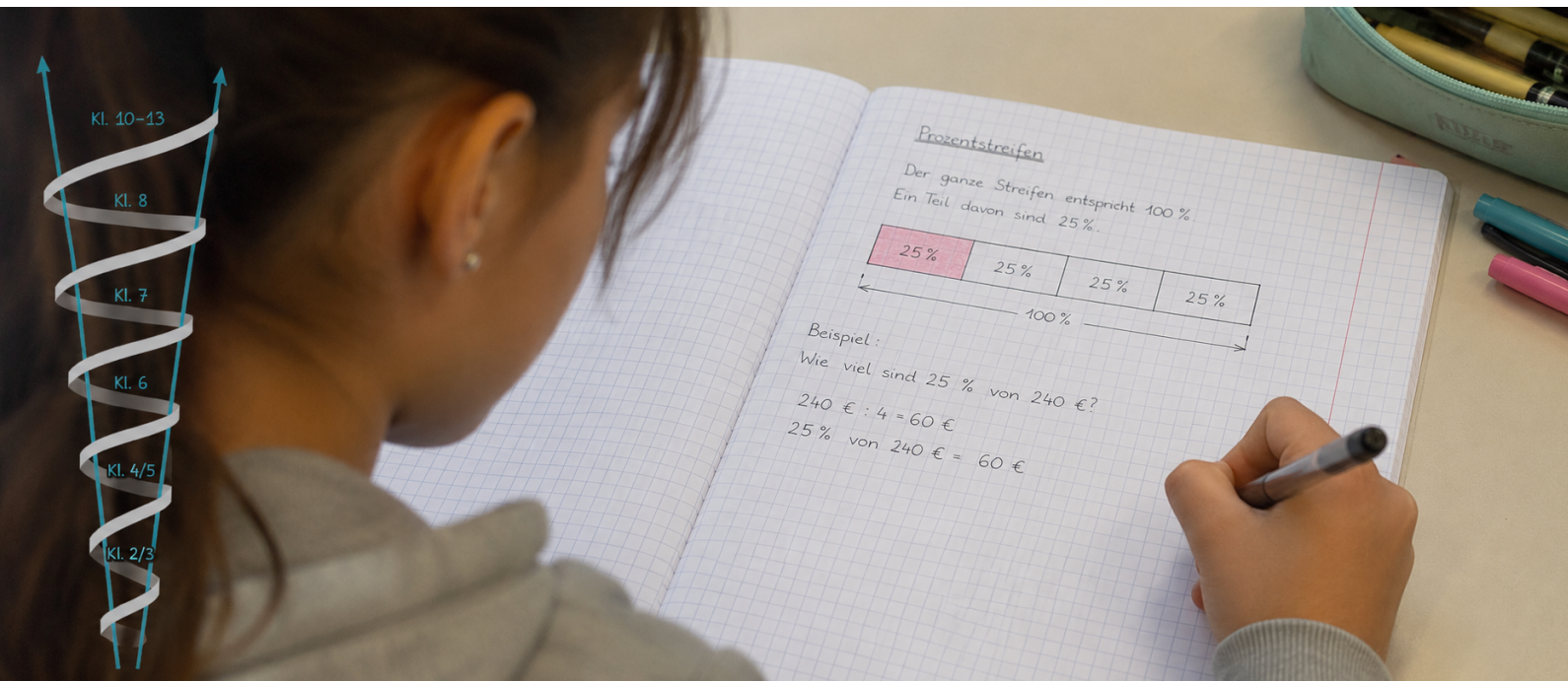


Mathematische Basiskompetenzen stärken
Lehrkräftebildung kohärent gestalten



Reinhard Schmidt

Mathematische Basiskompetenzen stärken – Lehrkräftebildung kohärent gestalten



von Reinhard Schmidt



Inhalt

Einleitung – Warum das Thema wichtig ist.....	4
1 Warum Basiskompetenzen in den Mittelpunkt rücken.....	8
2 Was sind Basiskompetenzen?.....	17
3 Mathematische Basiskompetenzen wirksam aufbauen.....	29
4 Lehramtsspezifische Professionalisierungsaufgaben im Vorbereitungsdienst.....	43
5 Übergänge als Kohärenztest.....	59
6 Mathematische Basiskompetenzen im Vorbereitungsdienst verankern.....	75
7 Basiskompetenzen als Anlass lehramtsübergreifender Vernetzung.....	90
8 Mathematische Basiskompetenzen als Gegenstand einer fachbezogenen Ausbildungspartnerschaft.....	101
Schlussbetrachtung.....	114
Quellen.....	116



Erstellt von Reinhard Schmidt
reinhard.schmidt@zfsl-ek.de



Abstract

Nationale und internationale Bildungsstudien zeigen, dass ein erheblicher Teil der Schülerinnen und Schüler nicht über jene fachlichen Grundlagen verfügt, die für kumulatives und erfolgreiches Weiterlernen erforderlich sind. Mathematische Basiskompetenzen sind dabei weder als vorübergehendes Förderthema noch als Reduktion mathematischer Bildung auf elementare Fertigkeiten zu verstehen. Sie umfassen tragfähige Verstehensgrundlagen, sicher verfügbare Fähigkeiten und flexibel nutzbare Strategien, auf die Lernende in weiteren Bildungsprozessen wiederholt zurückgreifen müssen.

Das vorliegende Grundsatzpapier konkretisiert diesen Begriff für die Mathematik und verbindet ihn mit den QuaMath-Prinzipien Verstehensorientierung, Lernendenorientierung und Adaptivität, kognitive Aktivierung, Durchgängigkeit und Kommunikationsförderung. Basiskompetenzen werden als Aufgabe des regulären Unterrichts, als lehramtsspezifische Professionalisierungsaufgabe und als gemeinsame Verantwortung über Bildungsstufen hinweg verstanden. Übergänge dienen dabei als Kohärenztest: An ihnen zeigt sich, ob vorhandene Vorstellungen, Fähigkeiten und Strategien erkannt, aktiviert und fachlich weiterentwickelt werden.

Für den Vorbereitungsdienst wird ein Ansatz entwickelt, der von reichhaltigen mathematischen Handlungssituationen ausgeht und fachliche Analyse, individuelle Entwicklungsfoki, Erprobung und Reflexion miteinander verbindet. Ziel ist eine zunehmend selbstständige und fachlich begründete Handlungsfähigkeit der LAA. Professionelle Basiskompetenzen werden dabei nicht vorausgesetzt, sondern als mögliches Ergebnis wiederholter gegenstandsbezogener Professionalisierungsprozesse verstanden.

Abschließend werden institutionelle Konsequenzen herausgearbeitet: Die lehramtsübergreifende Vernetzung von Fachleitungen sowie eine fachbezogene Ausbildungspartnerschaft zwischen ZfsL und Ausbildungsschulen können mathematische Lernprozesse und die professionelle Entwicklung der LAA auf der Grundlage einer gemeinsamen Sprache und anschlussfähiger Qualitätsorientierungen verbinden.



Einleitung – Warum das Thema wichtig ist

Nationale und internationale Bildungsstudien zeigen über verschiedene Bildungsstufen hinweg, dass ein erheblicher Teil der Schülerinnen und Schüler grundlegende mathematische Anforderungen nicht sicher bewältigt (Stanat et al., 2022, 2025; Lewalter et al., 2023; Schwippert et al., 2024). Die Befunde unterscheiden sich nach Altersgruppe, Kompetenzmodell und Vergleichsmaßstab. Gemeinsam verweisen sie jedoch auf eine zentrale Herausforderung: Zu viele Lernende verfügen nicht über jene fachlichen Grundlagen, die sie benötigen, um mathematische Lernprozesse erfolgreich fortzusetzen.

Diese Herausforderung lässt sich nicht allein durch zusätzliche Übungszeiten, einzelne Fördermaßnahmen oder eine stärkere Konzentration auf leicht überprüfbare Fertigkeiten beantworten. Mathematische Basiskompetenzen sind weder mit einfachen Aufgaben noch mit isolierten Routinen gleichzusetzen. Sie umfassen tragfähige Verstehensgrundlagen, sicher verfügbare Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie flexibel nutzbare Strategien, auf die Lernende in späteren Zusammenhängen wiederholt zurückgreifen müssen (IQB, o. J.b; SWK, 2022; ZSL, o. J.).

Basiskompetenzen sind damit nicht das mathematisch Leichte, sondern das mathematisch Tragende. Ihre Bedeutung ergibt sich aus ihrer Funktion für weiteres Lernen. Eine Vorstellung, ein Verfahren oder eine Strategie ist basal, wenn nachfolgende Lernprozesse auf sie angewiesen sind. Die Orientierung an Basiskompetenzen bedeutet deshalb keine Absenkung fachlicher Ansprüche. Sie richtet die Aufmerksamkeit vielmehr auf die Voraussetzungen anspruchsvoller mathematischer Bildung. Verstehen und sichere Verfügbarkeit dürfen dabei nicht gegeneinander ausgespielt werden. Erst ihr Zusammenwirken ermöglicht es, mathematische Beziehungen zu erkennen, Verfahren begründet zu nutzen, Darstellungen zu vernetzen und Wissen auf neue Situationen zu übertragen.

Von Daten zu fachlich begründetem Handeln

In Nordrhein-Westfalen sind die Ergebnisse der Bildungsstudien mit der Leitidee „Von Daten zu Taten“ verbunden (MSB NRW, 2025; Huber, 2026). Daten sollen nicht lediglich erhoben und berichtet, sondern als Ausgangspunkt für Unterrichts- und Qualitätsentwicklung genutzt werden. Programme und Unterstützungsangebote wie *divomath*, *Mathe sicher können* und *QuaMath* setzen an unterschiedlichen Stellen dieser Entwicklungsaufgabe an. Sie stellen fachliche Orientierungen, Diagnose- und Fördermaterialien sowie Lerngelegenheiten für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts bereit (MSB NRW, 2024; DZLM, o. J.a; Prediger et al., 2024).

Daten, Materialien und Programme führen jedoch nicht unmittelbar zu verbessertem Unterricht. Zwischen einem Testergebnis und einer tragfähigen Förderentscheidung, zwischen einem Material



und seiner lernwirksamen Nutzung sowie zwischen einem Qualitätsprinzip und seiner Realisierung in einer konkreten Lerngruppe liegt eine anspruchsvolle professionelle Übersetzungsleistung.

Lehrkräfte müssen fachliche Grundlagen bestimmen, Schülerdenken diagnostisch erschließen, unterschiedliche Deutungen prüfen und daraus begründete Lerngelegenheiten entwickeln. Sie müssen erkennen können, ob eine richtige Lösung auf tragfähigem Verständnis beruht, welche Vorstellung hinter einem Fehler steht, welche Unterstützung einen nächsten Lernschritt eröffnet und welche Wirkungen das eigene Unterrichtshandeln tatsächlich entfaltet.

Die Sicherung mathematischer Basiskompetenzen ist deshalb nicht nur eine Frage geeigneter Materialien oder Förderkonzepte. Sie ist eine Frage professioneller Wahrnehmung, fachlicher Deutung, begründeter Entscheidung und reflexiver Gestaltung. Damit gerät die Lehrkräftebildung in den Mittelpunkt. Die damit verbundene Qualifizierungsaufgabe ist wissenschaftsbasiert, phasenübergreifend und institutionell abgestimmt zu bearbeiten (SWK, 2023).

Mathematische Basiskompetenzen im Vorbereitungsdienst

Der Vorbereitungsdienst besitzt eine besondere Funktion, weil er wissenschaftliches Wissen mit konkreten schulischen Handlungssituationen verbindet. LAA müssen unter realen Bedingungen planen und entscheiden, obwohl Unterrichtsverläufe nicht vollständig vorhersehbar sind, Schüleräußerungen mehrdeutig bleiben und unterschiedliche Handlungsoptionen fachlich begründbar sein können.

Mathematische Basiskompetenzen dürfen deshalb im Vorbereitungsdienst nicht lediglich als zusätzlicher Seminarinhalt behandelt werden. Es genügt nicht, Diagnoseinstrumente vorzustellen, einzelne Fördermaterialien zu erproben oder eine Seminarsitzung mit „Basiskompetenzen“ zu überschreiben. Eine nachhaltige Verankerung entsteht erst, wenn die Frage nach den fachlichen Grundlagen weiteren Lernens in unterschiedlichen Ausbildungssituationen wiederkehrt: bei der Analyse mathematischer Gegenstände, bei der Auswahl und Adaption von Aufgaben, bei der Diagnose von Schülerdenken, bei der Planung von Unterstützung sowie in Unterrichtsbesuchen, Beratungs- und Reflexionsgesprächen.

Mathematische Basiskompetenzen können damit zu einem roten Faden der Fachausbildung werden. Sie verbinden das Lernen der Schülerinnen und Schüler mit der professionellen Entwicklung der LAA. Die leitende Frage lautet nicht allein, welche Basiskompetenzen Lernende benötigen. Sie lautet zugleich:

Wie lernen angehende Lehrkräfte, den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen fachlich wahrzunehmen, zu deuten, zu unterstützen und zu reflektieren?

Ausgangspunkt solcher Professionalisierungsprozesse sind fachlich ergiebige Handlungssituationen. Eine unerwartete Schülerlösung, ein formal korrektes, aber nicht tragfähiges Verfahren, eine wenig



wirksame Hilfe oder ein misslingender Darstellungswechsel können sichtbar machen, welche fachdidaktische Anforderung zu bewältigen ist. Werden solche Situationen fachlich rekonstruiert, können aus ihnen individuelle Entwicklungsfoki entstehen, die über Seminar, Unterricht, Beratung und kollegiale Zusammenarbeit hinweg weiterbearbeitet werden.

Ziel ist nicht die Übernahme vorgefertigter Deutungen oder vermeintlich optimaler Unterrichtslösungen. Ziel ist eine zunehmend selbstständige, fachlich begründete und reflexive Handlungsfähigkeit der LAA.

Kohärenz über Lehrämter und Lernorte

Mathematische Basiskompetenzen betreffen alle Lehrämter, aber nicht in identischer Weise. Welche fachlichen Grundlagen tragend sind, welche Lernwege diagnostisch erschlossen werden müssen und welche Formen der Unterstützung erforderlich sind, hängt von Bildungsstufe, Bildungsgang, Lerngruppe und mathematischem Gegenstand ab.

Gemeinsam ist den Lehrämtern die professionelle Verantwortung, fachliches Lernen in seiner Tiefenstruktur zu verstehen. Lehramtsspezifisch bleiben die Gegenstände, typischen Lernwege, institutionellen Bedingungen und didaktischen Anforderungen. Kohärenz bedeutet daher nicht Vereinheitlichung. Sie entsteht, wenn unterschiedliche Perspektiven auf gemeinsame fachliche Qualitätsansprüche bezogen, transparent begründet und füreinander anschlussfähig gemacht werden.

Die QuaMath-Prinzipien Verstehensorientierung, Lernendenorientierung und Adaptivität, kognitive Aktivierung, Durchgängigkeit und Kommunikationsförderung bieten hierfür einen gemeinsamen Orientierungsrahmen. Sie legen keine einheitlichen Unterrichtsformen fest, sondern strukturieren die Verständigung darüber, mit welcher fachlichen Qualität Lerngelegenheiten gestaltet werden sollen (Prediger et al., 2024).

Kohärenz ist auch zwischen den beiden Lernorten des Vorbereitungsdienstes erforderlich. Das ZfsL und die Ausbildungsschule übernehmen unterschiedliche, aufeinander bezogene Funktionen. Eine fachbezogene Ausbildungspartnerschaft kann entstehen, wenn Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte mathematische Lernprozesse unmittelbar zum Gegenstand ihrer Zusammenarbeit machen und die Entwicklungsfoki der LAA auf der Grundlage einer anschlussfähigen Sprache und gemeinsamer Qualitätsorientierungen unterstützen.

Ziel und Aufbau des Papiers

Das vorliegende Grundsatzpapier entwickelt mathematische Basiskompetenzen als fachlichen und strukturellen Bezugspunkt einer kohärenten Lehrkräftebildung.



Kapitel 1 ordnet die empirischen Befunde ein und begründet Basiskompetenzen als strukturelle Aufgabe von Unterrichts-, Schul- und Lehrkräfteentwicklung. Kapitel 2 klärt den Begriff und konkretisiert ihn für die Mathematik. Kapitel 3 untersucht, unter welchen fachlichen Qualitätsbedingungen mathematische Basiskompetenzen wirksam aufgebaut werden können.

Kapitel 4 arbeitet einen gemeinsamen professionellen Kern der Lehrämter heraus und konkretisiert ihn lehramtsspezifisch. Kapitel 5 betrachtet Übergänge als Kohärenztest mathematischer Bildungs- und Professionalisierungsbiografien. Kapitel 6 entwickelt einen Ansatz, mit dem mathematische Basiskompetenzen an fachlich ergiebigen Handlungssituationen, individuellen Entwicklungsfoki und wiederholten Erprobungen im Vorbereitungsdienst verankert werden können.

Kapitel 7 richtet den Blick auf die lehramtsübergreifende Vernetzung der Fachleitungen. Kapitel 8 untersucht schließlich, wie mathematische Basiskompetenzen zum Gegenstand einer fachbezogenen Ausbildungspartnerschaft zwischen Fachleitungen, Ausbildungslehrkräften und LAA werden können.

Die leitende These lautet:

Mathematische Basiskompetenzen sind nicht nur ein Gegenstand schulischen Lernens und Förderns. Sie können zum fachlichen Bezugspunkt einer kohärenten Lehrkräftebildung werden, wenn ihr Aufbau in Unterricht, Fachseminar, lehramtsübergreifender Vernetzung und der Kooperation von ZfsL und Ausbildungsschule kontinuierlich, fachlich begründet und reflexiv bearbeitet wird.



Kapitel 1

Warum Basiskompetenzen in den Mittelpunkt rücken

Die Einleitung hat die empirische Problemlage knapp umrissen und mathematische Basiskompetenzen als möglichen Bezugspunkt einer kohärenten Lehrkräftebildung bestimmt. Im Folgenden werden die zugrunde liegenden Befunde differenziert eingeordnet und auf ihre Konsequenzen für Unterrichts-, Schul- und Lehrkräfteentwicklung befragt. Entscheidend sind dabei nicht allein Veränderungen mittlerer Leistungen. Von besonderer Bedeutung sind die Anteile der Lernenden unterhalb grundlegender Kompetenzniveaus, die ungleiche Verteilung von Bildungschancen und die Frage, ob früh entstandene Schwierigkeiten im weiteren Bildungsverlauf ausgeglichen oder verstärkt werden.

Die herangezogenen Studien erfüllen unterschiedliche Funktionen. Die IQB-Bildungstrends untersuchen, inwieweit Schülerinnen und Schüler die von der Kultusministerkonferenz festgelegten Bildungsstandards erreichen. PISA erfasst, wie Fünfzehnjährige fachliche Kenntnisse und Fähigkeiten zur Bearbeitung lebensnaher Anforderungen nutzen können. TIMSS untersucht mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich. Die Vergleichsarbeiten VERA-3 und VERA-8 dienen demgegenüber vor allem der schul- und unterrichtsnahen Diagnose. Die Ergebnisse dieser Erhebungen sind deshalb nicht unmittelbar gleichzusetzen. In ihrer Gesamtschau machen sie jedoch sichtbar, in welchem Umfang fachliche Grundlagen für erfolgreiches und kumulatives Weiterlernen fehlen.

1.1 Empirische Befunde über Bildungsstufen hinweg

Der IQB-Bildungstrend 2021 untersuchte das Erreichen der Bildungsstandards in Deutsch und Mathematik am Ende der vierten Jahrgangsstufe. Im Fach Mathematik verfehlten 21,8 Prozent der Schülerinnen und Schüler den Mindeststandard. Gegenüber dem Jahr 2016 war dieser Anteil um mehr als sechs Prozentpunkte gestiegen. Auch in den untersuchten Kompetenzbereichen des Faches



Deutsch wurden die Mindeststandards deutlich häufiger verfehlt als in der vorangegangenen Erhebung (Stanat et al., 2022).

Der Befund ist deshalb bedeutsam, weil die Grundschule einen gemeinsamen Bildungsabschnitt darstellt, in dem Grundlagen für das weitere Lernen aufgebaut werden sollen. Wenn mehr als ein Fünftel der Kinder die mathematischen Mindestanforderungen am Ende dieses Abschnitts nicht erreicht, handelt es sich nicht lediglich um vereinzelte Lernschwierigkeiten. Ein erheblicher Teil der Schülerinnen und Schüler wechselt unter erschwerten fachlichen Voraussetzungen in die Sekundarstufe.

Der IQB-Bildungstrend 2024, dessen Ergebnisse 2025 veröffentlicht wurden, führt diese Befundlinie für die Sekundarstufe I fort. Im Fach Mathematik verfehlten knapp 9 Prozent aller Schülerinnen und Schüler der neunten Jahrgangsstufe den Mindeststandard für den Ersten Schulabschluss. Ungefähr 34 Prozent erreichten den Mindeststandard für den Mittleren Schulabschluss nicht. Selbst unter den Jugendlichen, die mindestens einen Mittleren Schulabschluss anstreben, lag der entsprechende Anteil bei etwa 24 Prozent. Zugleich wurden die Regelstandards seltener erreicht als in den Erhebungen der Jahre 2012 und 2018 (Stanat et al., 2025).

Die Ergebnisse der Primarstufe und der Sekundarstufe I stehen damit in einem problematischen Zusammenhang. Bereits am Ende der Grundschule fehlt einem beträchtlichen Teil der Kinder eine hinreichend gesicherte fachliche Grundlage. Die Befunde der neunten Jahrgangsstufe zeigen zugleich, dass solche Schwierigkeiten im weiteren Bildungsgang nicht automatisch ausgeglichen werden. Basiskompetenzen sind folglich weder ein ausschließliches Thema der frühen Bildung noch eine Aufgabe, die mit dem Ende der Grundschule abgeschlossen wäre.

Die internationalen Studien ergänzen dieses Bild. In PISA 2022 lagen die mittleren Leistungen der Fünfzehnjährigen in Deutschland in Mathematik, Lesen und Naturwissenschaften niedriger als in allen vorangegangenen PISA-Erhebungen für Deutschland. Rund 30 Prozent der Jugendlichen erreichten in Mathematik nicht die Kompetenzstufe 2. Gegenüber 2012 hatte sich der Anteil unterhalb dieses grundlegenden Kompetenzniveaus um zwölf Prozentpunkte erhöht (Lewalter et al., 2023; OECD, 2023).

Die PISA-Kompetenzstufe 2 ist allerdings nicht mit einem Mindeststandard der Kultusministerkonferenz gleichzusetzen. PISA untersucht mathematische Grundbildung in einem internationalen Vergleichsrahmen. Die IQB-Bildungstrends überprüfen dagegen das Erreichen nationaler und teilweise abschlussbezogener Bildungsstandards. Die Studien beantworten somit unterschiedliche Fragen. Übereinstimmend zeigen sie jedoch, dass eine große Gruppe Jugendlicher grundlegende mathematische Anforderungen nicht sicher bewältigt.

TIMSS 2023 zeichnet für die vierte Jahrgangsstufe ein differenzierteres Bild. Die mittlere Mathematikleistung in Deutschland blieb gegenüber TIMSS 2019 weitgehend stabil; auch im langfristigen Vergleich zu 2007 ergab sich keine signifikante Veränderung. Deutschland befindet sich weiterhin im internationalen Mittelfeld. Zugleich bleiben die Unterschiede zwischen den



Leistungsgruppen groß, und der Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und mathematischem Kompetenzniveau besteht fort (Schwippert et al., 2024).

Die Studien liefern damit kein einheitliches Krisenszenario, das sich auf eine einzelne Kennzahl reduzieren ließe. Sie machen vielmehr mehrere miteinander verbundene Problemlagen sichtbar:

- In verschiedenen Bildungsstufen erreichen zu viele Lernende grundlegende Kompetenzniveaus nicht.
- In mehreren Erhebungsbereichen sind die mittleren Leistungen zurückgegangen.
- Die Unterschiede innerhalb der Schülerschaft sind erheblich.
- Soziale und zuwanderungsbezogene Disparitäten bestehen fort.
- Früh entstandene Schwierigkeiten werden im weiteren Bildungsverlauf nicht verlässlich ausgeglichen.

Die empirischen Befunde begründen daher weder Alarmismus noch einfache Reparaturprogramme. Sie verlangen eine fachliche Analyse der Grundlagen, die Lernende für anschließende Bildungsprozesse benötigen, sowie der Bedingungen, unter denen diese Grundlagen aufgebaut, gesichert und weiterentwickelt werden können.

1.2 Was das Verfehlen von Mindeststandards bedeutet

Für die Interpretation der Befunde ist eine genaue Unterscheidung der Kompetenzniveaus erforderlich. Die Kompetenzstufenmodelle des IQB differenzieren zwischen Mindeststandard, Regelstandard, Regelstandard plus und Optimalstandard.

Der Regelstandard bezeichnet das Kompetenzniveau, das Schülerinnen und Schüler zu einem festgelegten Zeitpunkt ihrer Bildungsbiografie im Durchschnitt erreichen sollen. Der Mindeststandard liegt darunter und beschreibt ein grundlegendes Kompetenzniveau, das von allen Lernenden erreicht werden sollte. Regelstandard plus und Optimalstandard kennzeichnen weiterführende beziehungsweise besonders anspruchsvolle Kompetenzniveaus. Die Stufen machen inhaltlich beschreibbar, welche Anforderungen Lernende auf den jeweiligen Niveaus mit hinreichender Wahrscheinlichkeit bewältigen können (IQB, o. J.a).

Das Verfehlen eines Mindeststandards ist deshalb anders zu beurteilen als das Nichterreichen des Regel- oder Optimalstandards. Es bedeutet nicht lediglich, dass ein durchschnittlich erwartetes Leistungsniveau noch nicht erreicht wurde. Vielmehr besteht ein erhöhtes Risiko, dass Voraussetzungen für das weitere fachliche Lernen fehlen. Daraus folgt jedoch keine unveränderliche Festlegung individueller Lernmöglichkeiten. Kompetenzstufen beschreiben Wahrscheinlichkeiten der Aufgabenbewältigung zu einem bestimmten Erhebungszeitpunkt; sie ersetzen weder eine differenzierte Diagnose noch eine Analyse der jeweils vorhandenen Vorstellungen und Strategien.



Mindeststandards und Basiskompetenzen dürfen zudem nicht gleichgesetzt werden. Mindeststandards sind normativ festgelegte Schwellen in Kompetenzstufenmodellen. Basiskompetenzen bezeichnen demgegenüber fachliche und fachübergreifend wirksame Grundlagen, auf denen weitere Lernprozesse aufbauen. Die Ständige Wissenschaftliche Kommission versteht basale Kompetenzen entsprechend als Voraussetzung für das Erreichen von Mindeststandards, nicht als deren Synonym (SWK, 2022, S. 11–12).

Wer nicht über zentrale Basiskompetenzen verfügt, hat ein erhöhtes Risiko, Mindeststandards zu verfehlen. Welche Vorstellungen, Fähigkeiten, Fertigkeiten und Strategien für weiteres Lernen basal sind, lässt sich jedoch nicht allein aus einem Testergebnis oder einer statistischen Grenze ableiten. Ihre Bestimmung erfordert eine fachliche und fachdidaktische Analyse des langfristigen Kompetenzaufbaus.

Auch die mathematischen Bildungsstandards gehen deutlich über die sichere Ausführung elementarer Rechenverfahren hinaus. Sie verbinden inhaltsbezogene Kompetenzbereiche mit allgemeinen mathematischen Kompetenzen wie Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, Darstellen und Kommunizieren (KMK, 2022a, 2022b). Die empirischen Befunde können deshalb nicht auf mangelnde Rechenroutine oder unzureichende Übungszeiten reduziert werden.

Sie führen vielmehr zu der Frage, welche fachlichen Grundlagen so aufgebaut werden müssen, dass sie

- inhaltlich verstanden,
- hinreichend sicher verfügbar,
- flexibel anwendbar,
- miteinander vernetzt
- und für nachfolgende Lernprozesse anschlussfähig

sind.

Die Konzentration auf Basiskompetenzen bedeutet somit keine Reduktion mathematischer Bildung auf einfache oder leicht überprüfbare Anforderungen. Sie richtet den Blick auf das mathematisch Tragende: auf diejenigen Vorstellungen, Begriffe, Verfahren, Darstellungen und Strategien, ohne die sich anspruchsvollere mathematische Kompetenzen nicht nachhaltig entwickeln können.

1.3 Soziale Disparitäten und ungleiche Lerngelegenheiten

Die empirischen Befunde zeigen, dass sich die Leistungsentwicklung nicht für alle Schülerinnen und Schüler gleichermaßen vollzieht. Fachliche Kompetenzen stehen in einem deutlichen statistischen Zusammenhang mit sozialen, sprachlichen und migrationsbezogenen Voraussetzungen. Diese Zusammenhänge dürfen nicht als unveränderliche Eigenschaften einzelner Lernender verstanden werden. Sie verweisen vielmehr auf ungleiche Lerngelegenheiten, unterschiedliche familiäre und



institutionelle Ressourcen sowie auf die Frage, in welchem Umfang das Bildungssystem bestehende Unterschiede ausgleichen kann.

In PISA 2022 betrug der Unterschied in der mathematischen Leistung zwischen dem sozial am stärksten privilegierten und dem am stärksten benachteiligten Viertel der Jugendlichen in Deutschland 111 Punkte. Der entsprechende Abstand war größer als der OECD-Durchschnitt von 93 Punkten. Der sozioökonomische Status erklärte in Deutschland 19 Prozent der Unterschiede in der mathematischen Leistung; im OECD-Durchschnitt waren es 15 Prozent (OECD, 2023).

Auch der IQB-Bildungstrend 2021 weist auf verstärkte soziale und zugewanderungsbezogene Disparitäten hin. Die Kompetenzeinbußen fielen insbesondere bei Kindern der ersten Zuwanderungsgeneration größer aus. Zugleich verstärkte sich der Zusammenhang zwischen dem sozialen Hintergrund und dem erreichten Kompetenzniveau (Stanat et al., 2022).

Die Befunde beschreiben keine einfachen Ursache-Wirkungs-Beziehungen. Weder soziale Herkunft noch Zuwanderungsgeschichte erklären für sich genommen die fachliche Entwicklung eines Kindes. Entscheidend ist, welche Lerngelegenheiten verfügbar sind, wie kontinuierlich Lernprozesse begleitet werden und ob unterschiedliche Ausgangslagen im Unterricht fachlich wahrgenommen und bearbeitet werden.

Basiskompetenzen besitzen daher nicht nur eine fachliche, sondern zugleich eine gesellschaftliche Dimension. Wenn grundlegende Kompetenzen fehlen, erschwert dies nicht nur den Zugang zum nächsten Lerngegenstand. Betroffen sind auch Bildungsabschlüsse, Übergänge, berufliche Möglichkeiten und gesellschaftliche Teilhabe.

Eine Orientierung an Basiskompetenzen ist vor diesem Hintergrund nicht als Absenkung fachlicher Ansprüche zu verstehen. Ihr Ziel ist gerade, allen Lernenden den Zugang zu anspruchsvolleren Bildungsprozessen zu eröffnen. Bildungsgerechtigkeit bedeutet dabei nicht, allen Schülerinnen und Schülern identische Aufgaben, Lernwege und Unterstützungsformen anzubieten. Sie verlangt, unterschiedliche Lernstände fachlich zu verstehen und Lerngelegenheiten so zu gestalten, dass tragfähige Grundlagen weiterentwickelt werden können.

Dabei ist eine Defizitperspektive zu vermeiden. Diagnose darf nicht allein feststellen, was Lernende noch nicht können. Sie muss rekonstruieren, welche Vorstellungen, Strategien und Deutungen bereits vorhanden sind und wie diese für das Weiterlernen genutzt werden können. Die Frage nach Basiskompetenzen richtet sich damit nicht nur auf fehlende Voraussetzungen, sondern ebenso auf vorhandene fachliche Ressourcen und mögliche nächste Entwicklungsschritte.



1.4 Früh entstandene Schwierigkeiten in kumulativen Lernprozessen

Fachliches Lernen vollzieht sich kumulativ. Neue Inhalte werden nicht unabhängig von bereits aufgebauten Vorstellungen, Fähigkeiten und Strategien erworben. Sie greifen auf diese zurück, verändern sie und differenzieren sie weiter aus. Fehlen tragfähige Grundlagen, entstehen deshalb nicht nur Schwierigkeiten bei einzelnen Aufgaben. Auch der Aufbau nachfolgender Begriffe, Verfahren und Denkweisen wird erschwert.

Im Mathematikunterricht zeigt sich dies beispielsweise beim Übergang

- von Mengen- und Zahlvorstellungen zum Stellenwert- und Operationsverständnis,
- von natürlichen Zahlen zu Brüchen, Dezimalzahlen und rationalen Zahlen,
- von arithmetischen Beziehungen zum algebraischen Denken,
- von proportionalen Zusammenhängen zum funktionalen Denken.

Solche Entwicklungen verlaufen nicht als einfache lineare Abfolge abgeschlossener Lernschritte. Früh aufgebaute Vorstellungen werden in späteren Zusammenhängen erneut benötigt, erweitert und teilweise grundlegend verändert. Eine Basiskompetenz ist deshalb nicht allein dadurch gekennzeichnet, dass sie zu Beginn eines Bildungsgangs erworben wird. Entscheidend ist ihre Funktion für nachfolgende Lernprozesse.

Früh entstandene Verständnisschwierigkeiten können sich längere Zeit hinter eingeübten Routinen verbergen. Solange Aufgaben nach einem vertrauten Schema bearbeitet werden können, bleiben fehlende oder wenig tragfähige Vorstellungen mitunter unsichtbar. Mit wachsender fachlicher Komplexität treten sie erneut hervor: etwa wenn Verfahren begründet, Darstellungen gewechselt, Zusammenhänge übertragen oder unbekannte Probleme bearbeitet werden sollen.

Die Ständige Wissenschaftliche Kommission ordnet die systematische Diagnose und Förderung grundlegender sprachlicher und mathematischer Kompetenzen deshalb als zentrale Entwicklungsaufgabe der Grundschule ein. Sie empfiehlt, Lernausgangslagen frühzeitig zu erfassen, Lernzeiten auf grundlegende Kompetenzen zu konzentrieren, Förderung diagnosegeleitet zu gestalten und Lehrkräfte entsprechend zu qualifizieren. Basale Kompetenzen werden damit nicht als Gegenstand einer nachträglichen Reparatur verstanden, sondern als Bestandteil eines präventiv angelegten Unterrichts- und Schulsystems (SWK, 2022).

Prävention bedeutet dabei nicht, mögliche spätere Anforderungen vollständig vorwegzunehmen. Sie bedeutet, fachliche Grundlagen von Beginn an so aufzubauen, dass sie verstanden, verfügbar und für weitere Lernprozesse nutzbar werden. Zugleich bleibt eine kontinuierliche Weiterentwicklung



erforderlich. Auch tragfähige frühe Vorstellungen müssen in neuen Zahlenräumen, Darstellungen und Anforderungssituationen reaktiviert, ausdifferenziert und formalisiert werden.

Besonders sichtbar wird die kumulative Bedeutung von Basiskompetenzen an Übergängen. Übergänge sind nicht selbst die Ursache fehlender Kompetenzen. An ihnen zeigt sich jedoch, ob die in einem Bildungsabschnitt aufgebauten Grundlagen für die Anforderungen des folgenden Abschnitts tragfähig und aktiv verfügbar sind. Dies betrifft den Übergang von der frühen Bildung in die Grundschule ebenso wie den Wechsel in die Sekundarstufe, den Eintritt in die gymnasiale Oberstufe oder die berufliche Bildung sowie später den Übergang in Hochschule und Beruf.

Übergänge dürfen deshalb weder als vollständiger Neubeginn noch als bloße Fortsetzung unter unveränderten Bedingungen verstanden werden. Sie erfordern eine fachlich begründete Verbindung von Rückblick und Weiterentwicklung: Vorhandene Vorstellungen und Strategien müssen erkannt und aktiviert, nicht hinreichend gesicherte Grundlagen gezielt aufgegriffen und neue Anforderungen anschlussfähig entwickelt werden.

Die Übergänge werden in Kapitel 5 vertieft. Für die empirische Einordnung lässt sich bereits festhalten:

Basiskompetenzen sind diejenigen Grundlagen, die kumulatives Lernen ermöglichen und Bildungsabschnitte fachlich miteinander verbinden.

1.5 VERA: Daten fachlich interpretieren und für Unterricht nutzen

Die in der Einleitung benannte Übersetzungsleistung zwischen Daten und Unterrichtshandeln wird an den Vergleichsarbeiten VERA besonders deutlich. Während IQB-Bildungstrends, PISA und TIMSS vor allem Erkenntnisse über größere Populationen und die Entwicklung des Bildungssystems liefern, dienen VERA-3 und VERA-8 der schul- und unterrichtsnahen Diagnose. Sie geben Hinweise darauf, welche Anforderungen Schülerinnen und Schüler im Hinblick auf Bildungsstandards und Lehrpläne bereits bewältigen können, und sollen die weitere Unterrichtsentwicklung unterstützen (QUA-LiS NRW, o. J.a, o. J.b).

VERA-Ergebnisse lassen jedoch keine unmittelbaren Rückschlüsse darauf zu, welche mathematischen Basiskompetenzen einzelne Lernende besitzen oder welche Vorstellungen und Strategien ihren Lösungen zugrunde liegen. Sie sind weder eine vollständige Individualdiagnose noch ein unmittelbares Urteil über die Qualität einer Lehrkraft, eines Unterrichts oder einer Schule. Die Ergebnisse müssen deshalb mit weiteren Aufgabenbearbeitungen, Unterrichtsbeobachtungen und Informationen über die Lerngruppe verbunden werden (QUA-LiS NRW, o. J.a, o. J.b).

Damit konkretisiert sich die Leitidee „Von Daten zu Taten“: Daten benennen nicht von selbst die notwendigen Konsequenzen. Ihr pädagogischer Wert entsteht erst durch einen professionellen



Interpretationsprozess, in dem sie fachlich gedeutet und in begründete nächste Lernschritte übersetzt werden (MSB NRW, 2025; Huber, 2026).

VERA kann diagnostische Fragen anstoßen, die fachliche Rekonstruktion von Lernständen und Basiskompetenzen jedoch nicht ersetzen.

1.6 Konsequenz: Basiskompetenzen sind eine strukturelle Aufgabe

Die differenzierte Einordnung der Befunde führt zu einer strukturellen Konsequenz: Basiskompetenzen dürfen nicht zu einem zusätzlichen Förderthema für eine begrenzte Gruppe vermeintlich leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler erklärt werden. Eine solche Perspektive würde zu spät einsetzen und die Verantwortung einseitig auf einzelne Lernende oder zusätzliche Fördermaßnahmen verlagern.

Erforderlich ist vielmehr eine strukturelle Perspektive:

- Basiskompetenzen müssen von Beginn an verständnisorientiert aufgebaut werden.
- Ihre Entwicklung muss über Jahrgangsstufen und Bildungsabschnitte hinweg beobachtet und weitergeführt werden.
- Diagnose muss mit konkreten fachlichen Unterrichts- und Förderentscheidungen verbunden sein.
- Unterricht muss unterschiedliche Lernvoraussetzungen berücksichtigen, ohne den Anspruch auf weiterführende Bildung aufzugeben.
- Schulen benötigen eine gemeinsame Sprache für die Interpretation von Daten und Lernprozessen.
- Übergänge müssen als fachliche Verbindungen gestaltet werden.
- Lehrkräfte müssen für fachbezogene Diagnose, adaptive Unterstützung und kumulativen Kompetenzaufbau qualifiziert werden.
- Studium, Vorbereitungsdienst sowie Fort- und Weiterbildung müssen diese Anforderungen kontinuierlich und anschlussfähig aufgreifen.

Die SWK verbindet die Sicherung basaler Kompetenzen entsprechend nicht nur mit Maßnahmen auf der Ebene des Unterrichts, sondern auch mit organisatorischen Veränderungen, zusätzlichen Lerngelegenheiten, Kooperation und der Qualifizierung von Lehrkräften (SWK, 2022). Lehrkräftebildung ist dabei als wissenschaftsbasiertes, phasenübergreifendes und institutionell abgestimmtes Qualifikationssystem zu verstehen (SWK, 2023).

Die empirischen Befunde führen somit nicht zu der einfachen Folgerung, mehr zu üben, curriculare Inhalte stärker zu verdichten oder zusätzliche Fördermaterialien bereitzustellen. Sie fordern dazu auf,



die fachlichen Grundlagen erfolgreichen Lernens genauer zu bestimmen und Unterricht, Diagnose, Förderung und Professionalisierung systematisch aufeinander zu beziehen.

Für Unterricht bedeutet dies, Basiskompetenzen als Bestandteil des regulären fachlichen Lernens zu behandeln. Für Schulentwicklung bedeutet es, Diagnose, Förderung und Übergangsgestaltung nicht voneinander zu trennen. Für Lehrkräftebildung bedeutet es, angehende und berufserfahrene Lehrkräfte darin zu unterstützen, fachliche Grundlagen zu bestimmen, Lernprozesse diagnostisch zu erschließen, passende Lerngelegenheiten zu gestalten und deren Wirkungen zu reflektieren.

Die Kernaussage dieses Kapitels lautet:

Viele Lernende verfügen nicht über die Grundlagen, die für kumulatives und erfolgreiches Weiterlernen erforderlich sind. Basiskompetenzen dürfen deshalb weder als Randthema noch als nachträgliche Fördermaßnahme verstanden werden. Sie sind eine zentrale Aufgabe der Unterrichts-, Schul- und Lehrkräfteentwicklung.

Damit stellt sich im folgenden Kapitel die begriffliche und fachliche Grundfrage:

Was genau sind Basiskompetenzen – und wie lassen sie sich fachübergreifend bestimmen und für die Mathematik konkretisieren?



Kapitel 2

Was sind Basiskompetenzen?

Der Begriff der Basiskompetenzen wird in bildungspolitischen, bildungswissenschaftlichen und fachdidaktischen Zusammenhängen häufig verwendet, jedoch nicht einheitlich bestimmt. Je nach Bezugsrahmen bezeichnet er einen engeren Bestand grundlegender domänenspezifischer Fähigkeiten, einen umfassenderen Zusammenhang fachlicher Verstehensgrundlagen und Fertigkeiten oder grundlegende Voraussetzungen für selbstbestimmtes Lernen und gesellschaftliche Teilhabe.

Für die weitere Argumentation ist deshalb eine begriffliche Klärung erforderlich. Sie muss zwei gegenläufige Verkürzungen vermeiden: Basiskompetenzen dürfen weder auf leicht überprüfbares Faktenwissen und isolierte Routinen reduziert noch so weit gefasst werden, dass schließlich jede pädagogisch wünschenswerte Fähigkeit als Basiskompetenz gilt. Entscheidend ist ihre Funktion für weitere Lern- und Entwicklungsprozesse.

2.1 Basiskompetenzen als allgemeines Bildungsprinzip

Ein domänenspezifischer Ausgangspunkt

Das Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen versteht unter Basiskompetenzen grundlegende domänenspezifische Fähigkeiten und Fertigkeiten, die innerhalb eines Kompetenzbereichs notwendig sind, um erfolgreich weiterlernen zu können. Als Beispiele nennt das IQB unter anderem Leseflüssigkeit sowie Zahlen- und Mengenverständnis und grundlegende Rechenfertigkeiten (IQB, o. J.b).

Diese Bestimmung enthält zwei zentrale Merkmale.

Erstens sind Basiskompetenzen **domänenspezifisch**. Sie bestehen nicht unabhängig von fachlichen Gegenständen. Welche Fähigkeiten für weiteres Lernen grundlegend sind, muss für das Lesen,



Schreiben, die Mathematik, die Naturwissenschaften oder andere Bildungsbereiche jeweils fachlich bestimmt werden.

Zweitens werden Basiskompetenzen über ihre **Funktion für das Weiterlernen** definiert. Eine Fähigkeit ist nicht deshalb basal, weil sie besonders einfach erscheint oder früh im Curriculum behandelt wird. Basal ist sie, wenn nachfolgende Lernprozesse wiederholt auf sie angewiesen sind.

Die Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz fasst den Begriff etwas weiter. Als basal gelten Kompetenzen, wenn sie für zahlreiche Lern- und Entwicklungsprozesse grundlegend sind oder eine notwendige Voraussetzung für den Aufbau weiterer fachlicher Kompetenzen darstellen. Die SWK zählt hierzu allgemeine kognitive Fähigkeiten sowie insbesondere sprachliche und mathematische Kompetenzen wie Wortschatz und Zahlverständnis. Basale Kompetenzen bilden nach diesem Verständnis den Grundstock anschließender Lernprozesse und eine Voraussetzung für das Erreichen der Mindeststandards (SWK, 2022, S. 11–12).

Das Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung Baden-Württemberg konkretisiert diese Funktion durch drei miteinander verbundene Komponenten:

- Verstehensgrundlagen zu zentralen Begriffen und Konzepten,
- die sichere Beherrschung grundlegender Fähigkeiten und Fertigkeiten,
- basale Denk- und Problemlösestrategien für mehrschrittige oder offene Anforderungssituationen
(ZSL, o. J.).

Diese Beschreibung ist besonders anschlussfähig, weil sie Verständnis, sichere Verfügbarkeit und flexibles Handeln miteinander verbindet.

Drei begriffliche Ebenen

Für dieses Papier werden drei Ebenen unterschieden.

1. Fachliche Basiskompetenzen

Fachliche Basiskompetenzen sind domänenspezifische Verstehensgrundlagen, Fähigkeiten, Fertigkeiten und Strategien, die für das weitere Lernen innerhalb eines Faches oder Kompetenzbereichs unverzichtbar sind.

Hierzu zählen beispielsweise:

- Leseflüssigkeit und grundlegende Fähigkeiten des Textverstehens,
- Zahl-, Stellenwert- und Operationsverständnis,
- grundlegende naturwissenschaftliche Konzepte und Denkweisen.



2. Fachübergreifend wirksame Lernvoraussetzungen

Einige Grundlagen sind nicht auf ein einzelnes Fach beschränkt. Dazu gehören insbesondere:

- bildungssprachliche Fähigkeiten,
- Selbstregulation und Anstrengungssteuerung,
- grundlegende Fähigkeiten zur Kommunikation und Kooperation,
- digitale Orientierung und Informationsbewertung.

Diese Voraussetzungen ersetzen keine fachlichen Basiskompetenzen. Sie beeinflussen jedoch, ob Lernende fachliche Inhalte erschließen, bearbeiten und zunehmend selbstständig nutzen können.

3. Komplexe Bildungs- und Teilhabekompetenzen

Problemlösefähigkeit, berufliche Handlungsfähigkeit, gesellschaftliche Teilhabe oder ein reflektierter Umgang mit digitalen Lebenswelten sind umfassende Bildungsziele. Sie bauen auf fachlichen Basiskompetenzen und fachübergreifend wirksamen Lernvoraussetzungen auf, sind aber nicht in ihrer Gesamtheit selbst als Basiskompetenzen zu bezeichnen.

Diese Unterscheidung verhindert, dass der Begriff beliebig ausgeweitet wird. Nicht jede wichtige Zielkompetenz ist eine Basiskompetenz. Basiskompetenzen bilden vielmehr die Grundlagen, auf denen komplexere Kompetenzen entstehen und wirksam werden können.

Kennzeichen von Basiskompetenzen

Über unterschiedliche fachliche und bildungswissenschaftliche Begriffsverwendungen hinweg lassen sich fünf gemeinsame Merkmale bestimmen.

Erstens: Basiskompetenzen besitzen eine Fundierungsfunktion.

Auf ihnen bauen nachfolgende Begriffe, Verfahren, Strategien und komplexere Kompetenzen auf. Fehlen sie, wird weiteres Lernen erschwert oder bleibt auf oberflächliche Routinen beschränkt.

Zweitens: Basiskompetenzen sind entwicklungsbezogen.

Sie bilden keine zeitlose und für alle Bildungsstufen identische Liste. Was zu einem bestimmten Zeitpunkt eine grundlegende Voraussetzung darstellt, kann später Bestandteil einer umfassenderen Kompetenz sein. Zugleich können auf höheren Bildungsstufen neue Grundlagen basal werden, weil weitere Lernprozesse von ihnen abhängen.

Drittens: Basiskompetenzen verbinden Verstehen und sichere Verfügbarkeit.

Begriffe, Verfahren und Strategien müssen in ihrer Bedeutung verstanden sein. Zugleich müssen Lernende hinreichend sicher auf sie zurückgreifen können, damit ihre Aufmerksamkeit bei anspruchsvolleren Aufgaben nicht vollständig durch elementare Anforderungen gebunden wird.



Viertens: Basiskompetenzen müssen flexibel nutzbar sein.

Das Reproduzieren eines eingeübten Ablaufs genügt nicht. Lernende müssen Beziehungen erkennen, geeignete Darstellungen und Strategien auswählen und vorhandenes Wissen in veränderten Situationen nutzen können.

Fünftens: Basiskompetenzen ermöglichen Anschluss und Teilhabe.

Sie unterstützen nicht nur den Zugang zum nächsten fachlichen Lerngegenstand. Ihre Verfügbarkeit beeinflusst Bildungswege, berufliche Möglichkeiten, Selbstständigkeit und gesellschaftliche Beteiligung.

Abgrenzungen

Basiskompetenzen sind nicht mit elementarem Faktenwissen gleichzusetzen. Fakten können Bestandteile einer fachlichen Wissensbasis sein; basal werden sie jedoch erst, wenn sie in verstehbare Zusammenhänge eingebunden und für weiteres Lernen nutzbar sind.

Ebenso wenig sind Basiskompetenzen bloße Routinen. Die sichere Ausführung eines Verfahrens kann notwendig und entlastend sein. Eine unverstandene Routine bleibt jedoch störanfällig, ist kaum auf neue Situationen übertragbar und trägt nur begrenzt zum weiteren Kompetenzaufbau bei.

Basiskompetenzen sind außerdem nicht mit **Mindeststandards** identisch. Mindeststandards bezeichnen normativ gesetzte Schwellen innerhalb von Kompetenzstufenmodellen. Basiskompetenzen bezeichnen dagegen fachliche und fachübergreifend wirksame Grundlagen, die den Aufbau komplexerer Kompetenzen und damit auch das Erreichen von Mindeststandards ermöglichen. Die SWK versteht basale Kompetenzen entsprechend als Voraussetzung für das Erreichen der Mindeststandards, nicht als deren Synonym (SWK, 2022, S. 11–12).

Schließlich sind Basiskompetenzen kein ausschließliches Thema leistungsschwächerer Schülerinnen und Schüler. Alle Lernenden benötigen tragfähige Grundlagen. Unterschiede bestehen darin, wie weit diese bereits entwickelt sind, wie sicher sie zur Verfügung stehen und welche Lerngelegenheiten für ihre Weiterentwicklung erforderlich sind.

Arbeitsdefinition

Für die weitere Argumentation wird folgende Arbeitsdefinition zugrunde gelegt:

Basiskompetenzen sind grundlegende fachliche Verstehensgrundlagen, Fähigkeiten, Fertigkeiten und Strategien, auf die Lernende in anschließenden Lernprozessen wiederholt zurückgreifen müssen. Sie müssen in ihrer Bedeutung verstanden, hinreichend sicher verfügbar, flexibel nutzbar und für weiterführendes Lernen anschlussfähig sein.



Ergänzend wirken grundlegende sprachliche, selbstregulative, soziale und digitale Voraussetzungen fachübergreifend auf den Erwerb und die Nutzung fachlicher Basiskompetenzen ein.

Die Definition ist eine begründete Synthese. Sie verbindet die domänenspezifische Funktionsbestimmung des IQB, den entwicklungsbezogenen Ansatz der SWK und die Verbindung von Verstehensgrundlagen, grundlegenden Fertigkeiten und Problemlösestrategien beim ZSL.

2.2 Fachliche Konkretisierungen

Basiskompetenzen bilden ein allgemeines Bildungsprinzip, aber keinen für alle Fächer identischen Kompetenzkatalog. Das Gemeinsame liegt in ihrer Funktion: Sie tragen das weitere Lernen. Welche Inhalte, Vorstellungen, Sprachmittel, Verfahren und Strategien diese Funktion erfüllen, muss jedes Fach gegenstandsspezifisch bestimmen.

Deutsch und Bildungssprache

Im sprachlichen Bereich gehören Lesen, Schreiben, Zuhören und Sprechen zu den grundlegenden Kompetenzbereichen. Die Kultusministerkonferenz weist dem Fach Deutsch eine Schlüsselrolle zu, weil bildungssprachliche Kompetenzen das Lernen über unterschiedliche Bildungsabschnitte hinweg tragen. Zugleich ist Bildungssprache eine Aufgabe aller Fächer (KMK, o. J.).

Innerhalb dieser umfassenden Kompetenzbereiche lassen sich spezifische Basiskompetenzen bestimmen. Leseflüssigkeit ermöglicht beispielsweise, Wörter und Sätze so sicher zu erfassen, dass kognitive Ressourcen für das Verknüpfen von Informationen und das Verstehen größerer Textzusammenhänge verfügbar werden. Entsprechend entwickelt das IQB formative Basiskompetenztests für die Bereiche Lesen, Zuhören und Orthografie (IQB, o. J.b).

Sprachliche Basiskompetenzen sind damit nicht auf korrektes Dekodieren oder Schreiben beschränkt. Sie umfassen diejenigen Grundlagen, auf denen verstehendes Lesen, adressatenbezogenes Schreiben, aufmerksames Zuhören und zunehmend präzises sprachliches Handeln aufbauen.

Digitale Orientierung

Grundlegende digitale Fähigkeiten besitzen eine fachübergreifende Bedeutung, wenn sie Lernende dazu befähigen,

- Informationen zu finden und hinsichtlich ihrer Verlässlichkeit zu beurteilen,
- digitale Darstellungen zu verstehen,
- Werkzeuge situationsangemessen auszuwählen,
- Ergebnisse zu überprüfen,



- Chancen und Risiken digitaler Kommunikation zu reflektieren.

Nicht jede kurzfristig relevante Bedienfertigkeit ist damit eine Basiskompetenz. Entscheidend sind grundlegende und relativ beständige Fähigkeiten, die Lernen, Selbstständigkeit und gesellschaftliche Teilhabe ermöglichen (BMBFSFJ, 2026).

Sozial-emotionale Fähigkeiten und Selbstregulation

Auch die Regulation von Aufmerksamkeit, Anstrengung und Emotionen, der konstruktive Umgang mit Konflikten sowie die Fähigkeit zur Kooperation besitzen grundlegende Bedeutung für Lernprozesse. Die SWK hebt hervor, dass solche Kompetenzen sowohl für das psychosoziale Wohlbefinden als auch für die Bereitschaft und Fähigkeit zum lebenslangen Lernen bedeutsam sind (SWK, 2022, S. 12).

In der Begriffssystematik dieses Papiers werden sie jedoch nicht mit fachlichen Basiskompetenzen gleichgesetzt. Sie bilden fachübergreifend wirksame Lernvoraussetzungen, die den Erwerb und die Nutzung fachlicher Kompetenzen unterstützen.

Gemeinsame Funktion – unterschiedliche Gegenstände

Die fachlichen Konkretisierungen zeigen: Basiskompetenzen sind nicht deshalb fachübergreifend bedeutsam, weil überall dieselben Inhalte gelernt werden. Sie sind fachübergreifend bedeutsam, weil jedes Fach tragende Grundlagen besitzt und weil einige Lernvoraussetzungen – insbesondere Sprache, Selbstregulation und digitale Orientierung – in unterschiedlichen Domänen wirksam werden.

Der gemeinsame Nenner lautet:

Jedes Fach muss bestimmen, welche Verstehensgrundlagen, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Darstellungen, Sprachmittel und Strategien für das weitere Lernen unverzichtbar sind.

Genau darin liegt zugleich das fächer- und lehramtsübergreifende Potenzial des Begriffs. Die Fächer und Lehrämter bearbeiten unterschiedliche Gegenstände, können aber eine gemeinsame professionelle Frage stellen:

Was müssen Lernende heute verstehen und sicher nutzen können, damit sie morgen erfolgreich weiterlernen können?

2.3 Mathematische Basiskompetenzen

Mathematische Basiskompetenzen dürfen nicht danach bestimmt werden, welche Aufgaben besonders einfach erscheinen oder sich besonders leicht überprüfen lassen. Ein mathematischer



Gegenstand ist nicht deshalb basal, weil er früh im Curriculum behandelt wird. Basal ist er, wenn nachfolgende Lernprozesse auf ihn angewiesen sind.

So ist das dezimale Stellenwertsystem kein bloßes Grundschulthema. Sein Verständnis trägt das Rechnen mit natürlichen Zahlen und Dezimalzahlen, das Schätzen und Runden sowie spätere Zahlbereichserweiterungen. Ebenso bildet ein tragfähiges Operationsverständnis eine Grundlage für die Bruchrechnung, proportionale Zusammenhänge, Terme, Gleichungen und funktionales Denken.

Mathematische Basiskompetenzen sind nicht das mathematisch Leichte, sondern das mathematisch Tragende.

Sie umfassen diejenigen fachlichen Vorstellungen, Beziehungen, Fähigkeiten, Verfahren, Darstellungen und Strategien, die späteres mathematisches Lernen ermöglichen, strukturieren und absichern.

Tragfähige mathematische Vorstellungen

Im Zentrum mathematischer Basiskompetenzen stehen zunächst tragfähige Grundvorstellungen. Lernende müssen mathematische Begriffe und Operationen mit inhaltlicher Bedeutung verbinden können.

Eine Zahl kann beispielsweise als Anzahl, Position, Maßzahl, Operator oder Verhältnis verstanden werden. Addition kann das Hinzufügen, Zusammenfassen oder Vergleichen beschreiben; Division kann als Aufteilen oder Verteilen gedeutet werden. Erst solche Bedeutungsbezüge machen mathematische Symbole und Verfahren verstehbar.

Die SWK beschreibt tragfähiges Zahl- und Operationsverständnis unter anderem über Grundvorstellungen, Darstellungsvernetzung und die Nutzung von Zahl- und Aufgabenbeziehungen. Ein tragfähiges Operationsverständnis zeigt sich darin, dass Lernende Rechenoperationen nicht auf die Manipulation von Symbolen reduzieren, sondern zwischen Handlungen, Bildern, sprachlichen Beschreibungen und symbolischen Aufgaben wechseln können (SWK, 2022, S. 51–52).

Sichere Verfügbarkeit grundlegender Fähigkeiten und Verfahren

Verstehen allein genügt nicht. Bestimmte Fähigkeiten, Strategien und Verfahren müssen so sicher verfügbar sein, dass sie bei komplexeren Aufgaben nicht immer wieder vollständig neu konstruiert werden müssen. Dazu gehören beispielsweise Zahlzerlegungen, arithmetische Basisfakten, geeignete Rechenstrategien und grundlegende Rechenverfahren.

Sichere Verfügbarkeit ist jedoch nicht mit bedeutungslosem Auswendiglernen gleichzusetzen. Die SWK betont für arithmetische Basisfakten die Nutzung von Aufgabenbeziehungen, Nachbar- und Umkehraufgaben. Im Vordergrund steht nicht allein das Einprägen einzelner Ergebnisse, sondern die zunehmende Geläufigkeit tragfähiger Ableitungsstrategien (SWK, 2022, S. 52).



Das Projekt **Mathe sicher können** verbindet den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen entsprechend mit Verstehensgrundlagen und Rechenfertigkeiten. Üben und Automatisieren bauen auf fachlich strukturierten und verstehensorientierten Lernprozessen auf (DZLM, o. J.a).

Verstehen und Automatisierung bilden somit keinen Gegensatz:

- Verständnis macht Üben bedeutungsvoll.
- Übung schafft Sicherheit und entlastet komplexeres Denken.
- flexible Anwendung vertieft und überprüft das Verständnis.

Wie Unterricht dieses Zusammenspiel konkret unterstützen kann, wird in Kapitel 3 ausgeführt.

Vernetzung von Begriffen, Verfahren und Darstellungen

Mathematisches Wissen wird tragfähig, wenn Lernende Beziehungen herstellen können:

- zwischen unterschiedlichen Darstellungen,
- zwischen Begriffen und Verfahren,
- zwischen Aufgaben und Strategien,
- zwischen verschiedenen Inhaltsbereichen,
- zwischen bekannten und neuen Situationen.

Mathematische Zusammenhänge können handelnd, bildlich, sprachlich, symbolisch, tabellarisch, grafisch oder digital dargestellt werden. Basiskompetenz zeigt sich nicht in der bloßen Kenntnis möglichst vieler Darstellungen. Entscheidend ist, ob Lernende die Beziehungen zwischen ihnen verstehen und flexibel zwischen ihnen wechseln können.

Darstellungsvernetzung gehört deshalb zur Struktur mathematischen Verständnisses. Zugleich besitzt sie eine diagnostische Funktion: An der Übersetzung zwischen Handlung, Bild, Sprache und Symbol kann sichtbar werden, welche Vorstellungen bereits entwickelt wurden und wo Bedeutungsbrüche bestehen.

Sprache als Bestandteil mathematischen Verstehens

Mathematiklernen ist nicht sprachfrei. Mathematische Vorstellungen werden beschrieben, Beziehungen benannt, Lösungswege verglichen und Begründungen entwickelt. Die Fähigkeit, Alltagssprachliche, bildungssprachliche und fachsprachliche Mittel miteinander zu verbinden, gehört deshalb zu den Voraussetzungen mathematischen Verstehens.

Die BiSS-Akademie NRW verbindet den Aufbau arithmetischer Basiskompetenzen ausdrücklich mit fachbezogenen Sprachkompetenzen. Das Versprachlichen mathematischer Handlungen sowie die



Verbindung von Sprache, Handlung, Bild und Symbol werden als zentrale Bestandteile eines verstehensorientierten Kompetenzaufbaus beschrieben (BiSS-Akademie NRW, o. J.).

Sprache ist damit nicht lediglich eine äußere Voraussetzung, die vor dem Mathematiklernen vorhanden sein müsste. Sie wird im mathematischen Lernen selbst weiterentwickelt.

Flexibilität und grundlegende Strategien

Mathematische Basiskompetenzen zeigen sich nicht allein darin, dass bekannte Aufgaben korrekt gelöst werden. Lernende müssen Beziehungen erkennen, Verfahren auswählen, Strategien anpassen und Ergebnisse überprüfen können.

Die SWK bündelt die Anforderungen an arithmetische Basiskompetenzen deshalb in den drei Merkmalen:

- Sicherheit,
 - Verständnis,
 - Flexibilität
- (SWK, 2022, S. 51).

Auch grundlegende Problemlösestrategien gehören zu diesem Zusammenhang. Dazu zählen etwa:

- eine Situation zu strukturieren,
- relevante Informationen auszuwählen,
- geeignete Darstellungen zu entwickeln,
- Beispiele systematisch zu untersuchen,
- Muster und Beziehungen zu erkennen,
- Ergebnisse auf Plausibilität zu prüfen.

Basiskompetenzen und Problemlösen stehen dabei nicht in einer einfachen zeitlichen Reihenfolge nach dem Muster: erst Grundlagen erwerben, danach Probleme lösen. Tragfähige Basiskompetenzen ermöglichen Problemlösen; gehaltvolle Problemlöseprozesse vernetzen und vertiefen Basiskompetenzen.

Arithmetische Basiskompetenzen in der Primarstufe

Für den Schulanfang konkretisieren Gasteiger und Bruns (2022) mathematische Basiskompetenzen insbesondere als flexible Zählfähigkeiten, tragfähiges Mengenverständnis, Teil-Ganzes-Verständnis und erste Operationsvorstellungen. Diese Fähigkeiten bilden Voraussetzungen dafür, dass der Anfangsunterricht nicht lediglich an Zahlwort- und Rechenroutinen, sondern an tragfähigen Zahlvorstellungen anknüpfen kann.



Für den weiteren arithmetischen Kompetenzaufbau in der Primarstufe bietet der von PIKAS veröffentlichte Orientierungsrahmen eine besonders konkrete fachliche Operationalisierung. Er unterscheidet sechs miteinander verbundene Bereiche:

1. Zahlverständnis,
 2. Operationsverständnis,
 3. Stellenwertverständnis,
 4. schnelles Kopfrechnen,
 5. Zahlenrechnen,
 6. Ziffernrechnen
- (PIKAS - DZLM, o. J.a).

Diese Bereiche sind nicht als isolierte Fertigkeitsblöcke zu verstehen. Grundvorstellungen, Darstellungsvernetzung, die Nutzung mathematischer Beziehungen und die sichere Ausführung grundlegender Verfahren greifen ineinander.

Der Orientierungsrahmen konkretisiert vor allem den arithmetischen Kompetenzaufbau in der Primarstufe. Er stellt keine vollständige Definition mathematischer Basiskompetenzen für alle Bildungsstufen dar.

Weiterentwicklung über Bildungsstufen hinweg

Mit dem Übergang in die Sekundarstufe endet die Bedeutung mathematischer Basiskompetenzen nicht. Vorhandene Grundlagen werden erweitert, vernetzt, formalisiert und auf neue Gegenstandsbereiche bezogen.

Für den weiteren Bildungsverlauf gehören dazu unter anderem:

- tragfähige Vorstellungen zu Brüchen, Dezimalzahlen und Prozenten,
- proportionales und funktionales Denken,
- ein bedeutungsvolles Verständnis von Variablen, Termen und Gleichungen,
- der flexible Umgang mit Daten, Zufall und räumlichen Beziehungen,
- die Nutzung mathematischer Darstellungen, Sprache und digitaler Werkzeuge.

Das Projekt **Mathe sicher können** konkretisiert solche Grundlagen insbesondere für natürliche Zahlen, Brüche, Prozente, Dezimalzahlen und das Sachrechnen. Es zeigt zugleich, dass mathematische Basiskompetenzen in der Sekundarstufe weiterentwickelt oder – wo sie nicht hinreichend aufgebaut wurden – diagnosegeleitet aufgearbeitet werden müssen (DZLM, o. J.a).

Welche Grundlagen zu welchem Zeitpunkt als basal gelten, lässt sich nicht allein aus Stoffverteilungsplänen ableiten. Entscheidend ist ihre Funktion für nachfolgende Lernprozesse. Der Begriff der Basiskompetenzen besitzt damit eine **curriculare Tiefendimension**: Mathematische



Inhalte müssen danach gewichtet werden, welche Vorstellungen, Beziehungen und Strategien langfristig für weiteres Lernen unverzichtbar sind.

Unterschiedliche Funktionen der Referenzrahmen

Die für dieses Papier herangezogenen Quellen und Programme erfüllen unterschiedliche Funktionen und dürfen nicht gleichgesetzt werden.

Referenzrahmen beziehungsweise Programm	Spezifischer Beitrag
 IQB	Das IQB liefert eine domänenspezifische Funktionsdefinition und entwickelt formative Tests für ausgewählte basale Fähigkeiten.
 SWK	Die SWK begründet die wissenschaftliche und bildungspolitische Bedeutung basaler sprachlicher, mathematischer, kognitiver und sozial-emotionaler Kompetenzen und konkretisiert insbesondere arithmetische Grundlagen der Primarstufe.
 PIKAS	PIKAS operationalisiert arithmetische Basiskompetenzen für Unterricht, Diagnose und Förderung in der Primarstufe.
 BiSS-Akademie NRW	Die BiSS-Akademie NRW verbindet mathematische Basiskompetenzen ausdrücklich mit fachbezogener Sprachbildung.
 Mathe sicher können	Mathe sicher können stellt diagnosegeleitete und verstehensorientierte Förderkonzepte für zentrale mathematische Verstehensgrundlagen bereit.
 QuaMath	QuaMath definiert nicht primär mathematische Basiskompetenzen, sondern stellt einen übergreifenden Qualitätsrahmen für Mathematikunterricht und dessen langfristige Weiterentwicklung bereit.

Abbildung 2.3: Funktionen der verwendeten Referenzrahmen und Programme

QuaMath beschreibt mit Verstehensorientierung, kognitiver Aktivierung, Durchgängigkeit, Lernendenorientierung und Adaptivität sowie Kommunikationsförderung didaktische Bedingungen, unter denen tragfähige mathematische Kompetenzen aufgebaut werden können. Diese Frage wird im folgenden Kapitel vertieft.

Zwischenfazit

Basiskompetenzen sind keine Sammlung vermeintlich einfacher Inhalte. Sie bilden diejenigen fachlichen Grundlagen, auf denen weiteres Lernen aufbaut. Ihre allgemeine Bedeutung liegt in ihrer Funktion für kumulative Lernprozesse; ihre konkrete Gestalt ist gegenstands- und entwicklungsbezogen.

Mathematik ist eine fachliche Konkretisierung eines umfassenderen Basiskompetenzbegriffs. Mathematische Basiskompetenzen verbinden:

- tragfähige Vorstellungen,
- grundlegende und sicher verfügbare Fähigkeiten und Fertigkeiten,



- vernetzte Begriffe, Verfahren und Darstellungen,
- fachbezogene Sprache,
- flexible Strategien,
- Anschlussfähigkeit für weiteres mathematisches Lernen.

Die Kernaussage dieses Kapitels lautet:

Mathematik ist eine fachliche Konkretisierung eines umfassenderen Basiskompetenzbegriffs. Basiskompetenzen sind nicht das fachlich Einfache, sondern das für weitere Bildungsprozesse Tragende.

Damit stellt sich im folgenden Kapitel die didaktische Frage:

Wie muss Unterricht gestaltet sein, damit Basiskompetenzen verständnisorientiert, nachhaltig und anschlussfähig aufgebaut werden?



Kapitel 3

Mathematische Basiskompetenzen wirksam aufbauen

Die in Kapitel 1 dargestellten empirischen Befunde und die in Kapitel 2 entwickelte Begriffsbestimmung führen zu einer unterrichtsdidaktischen Frage: Wie müssen mathematische Lerngelegenheiten gestaltet sein, damit Basiskompetenzen nicht lediglich kurzfristig erworben, sondern verstanden, sicher verfügbar, flexibel nutzbar und für spätere Lernprozesse anschlussfähig werden?

Die Antwort kann nicht in einer einzelnen Methode, einem bestimmten Aufgabenformat oder einem zusätzlichen Förderprogramm bestehen. Mathematische Basiskompetenzen entstehen in langfristigen Lernprozessen, in denen fachliche Gegenstände, Denkweisen, Darstellungen, Sprache, Diagnose und Unterstützung aufeinander bezogen werden. Entscheidend sind deshalb die **fachlichen Tiefenstrukturen des Unterrichts**: Welche mathematischen Vorstellungen werden aufgebaut? Welche Denkhandlungen werden angeregt? Welche Beziehungen werden sichtbar? Wie werden Lernwege wahrgenommen, gedeutet und weitergeführt?

Einen wissenschaftlich fundierten Orientierungsrahmen hierfür bieten die fünf im QuaMath-Programm entwickelten Prinzipien guten Mathematikunterrichts:

- Lernendenorientierung und Adaptivität,
- Verstehensorientierung,
- kognitive Aktivierung,
- Durchgängigkeit,
- Kommunikationsförderung.

Die Prinzipien wurden unter Verbindung normativer, epistemologischer, empirischer und pragmatischer Perspektiven entwickelt. Sie stellen keine allgemeingültigen Unterrichtsrezepte dar, sondern fachlich begründete Orientierungspunkte, die bei der Planung, Durchführung und Reflexion



von Mathematikunterricht auf unterschiedliche Gegenstände und Lerngruppen bezogen werden müssen (Prediger et al., 2022; Holzäpfel et al., 2024; Götze et al., 2025).

Für den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen ist besonders bedeutsam, dass diese Prinzipien nicht unabhängig voneinander wirken. Verstehensorientierung verlangt eine langfristige Perspektive auf fachliche Lernwege. Kognitive Aktivierung muss an den Vorstellungen und Möglichkeiten der Lernenden ansetzen. Adaptive Förderung setzt diagnostische Einblicke und fachliche Kommunikation voraus. Durchgängigkeit entsteht nur, wenn zentrale Darstellungen, Begriffe und Beziehungen über Unterrichtseinheiten und Bildungsstufen hinweg aufgegriffen und weiterentwickelt werden.

Nachhaltiger Kompetenzaufbau entsteht nicht durch die Addition einzelner Qualitätsmerkmale, sondern durch ihr fachlich kohärentes Zusammenspiel.

3.1 Verstehensorientierung: das mathematisch Tragende aufbauen

Eine Orientierung an Basiskompetenzen darf nicht mit einer Konzentration auf möglichst einfache Aufgaben oder isolierte Fertigkeiten verwechselt werden. Basiskompetenzen sind diejenigen fachlichen Grundlagen, auf denen komplexere mathematische Begriffe, Verfahren und Denkweisen aufbauen.

Dazu gehören unter anderem:

- tragfähige Zahl- und Mengenvorstellungen,
- ein gesichertes Stellenwert- und Operationsverständnis,
- Grundvorstellungen zu Größen, Brüchen, Verhältnissen, Proportionalität und Funktionen,
- räumliche und geometrische Vorstellungen,
- grundlegende Vorstellungen zu Daten und Wahrscheinlichkeit,
- sicher verfügbare und flexibel einsetzbare Verfahren und Strategien.

Verstehensorientierung bedeutet, mathematische Begriffe und Verfahren nicht nur ausführen, sondern in ihren Bedeutungen, Beziehungen und Anwendungsbedingungen erfassen zu können. Lernende sollen verstehen,

- worauf ein Verfahren beruht,
- welche mathematische Struktur es nutzt,
- in welchen Situationen es geeignet ist,
- wie es dargestellt und begründet werden kann,
- wie sein Ergebnis zu deuten und zu überprüfen ist.

Damit werden konzeptuelles Verständnis und prozedurale Sicherheit nicht gegeneinander ausgespielt. Mathematische Verfahren müssen eingeübt und zunehmend sicher verfügbar werden.



Automatisierung bleibt jedoch auf Verstehensgrundlagen angewiesen, wenn Verfahren flexibel genutzt, auf neue Situationen übertragen oder bei Fehlern kontrolliert werden sollen.

Das kleine Einmaleins verdeutlicht diesen Zusammenhang. Die sichere Verfügbarkeit grundlegender Aufgaben ist für viele weitere Lernprozesse notwendig. Sie reicht jedoch nicht aus, wenn Multiplikation ausschließlich als auswendig gelernte Folge von Zahlensätzen vorhanden ist. Lernende benötigen Grundvorstellungen des wiederholten Zusammenfassens gleich großer Mengen, der Anordnung in Punktefeldern, des Vergleichens multiplikativer Beziehungen oder des Skalierens. Erst auf dieser Grundlage können Aufgabenbeziehungen genutzt, Ergebnisse plausibilisiert und Multiplikation in Sachzusammenhängen erkannt werden.

Basiskompetenzen sind daher nicht das mathematisch Leichte. Sie sind das mathematisch Tragende.

Operationsverständnis als Grundlage von Rechenverfahren

Besondere Bedeutung besitzt das Operationsverständnis. Lernende müssen reale, bildliche, sprachliche und symbolische Situationen miteinander verbinden und erkennen können, welche Operation eine mathematische Beziehung beschreibt.

Ein umfassendes Operationsverständnis zeigt sich beispielsweise in Fragen wie:

- Welche Rechenoperation passt zu einer gegebenen Situation?
- Welche unterschiedlichen Situationen können durch dieselbe Operation beschrieben werden?
- Welche Darstellung passt zu einer Rechnung?
- Wie hängen Addition und Subtraktion oder Multiplikation und Division zusammen?
- Welche Bedeutung besitzen die beteiligten Zahlen im jeweiligen Kontext?

Das Projekt *Mathe sicher können* stellt den Aufbau solcher Grundvorstellungen ausdrücklich in das Zentrum seiner Diagnose- und Fördermaterialien. Für Multiplikation und Division werden unter anderem Situationen, Würfel- und Punktebilder, Rechengeschichten sowie Darstellungen am Zahlenstrahl miteinander verbunden.

Die Formel „**Operationsverständnis vor Rechenprozedur**“ bringt eine wichtige Priorität zum Ausdruck, darf jedoch nicht als starre zeitliche Abfolge missverstanden werden. Verständnis muss nicht vollständig abgeschlossen sein, bevor geübt werden darf. Vielmehr entwickeln sich Verständnis, Übung, Sicherheit und flexible Nutzung in Wechselwirkung:

- Verstehen begründet das Verfahren.
- Üben stabilisiert und entlastet.
- flexible Anwendung vertieft das Verständnis.
- Reflexion macht Strukturen und Grenzen des Verfahrens sichtbar.



Ein verstehensorientierter Unterricht beschränkt sich deshalb weder auf entdeckendes Lernen ohne Sicherung noch auf die Demonstration und Einübung fertiger Algorithmen. Er entwickelt Rechenverfahren aus tragfähigen Vorstellungen und mathematischen Beziehungen heraus und bindet ihre Automatisierung immer wieder an Bedeutungen zurück.

Diese Perspektive hat Konsequenzen für die Auswahl von Aufgaben. Aufgaben zur Variation mathematischer Beziehungen – beispielsweise zur Frage, wie sich eine Differenz verändert, wenn der Minuend um eins erhöht wird – können Lernende dazu anregen, nicht nur Ergebnisse zu berechnen, sondern operative Zusammenhänge zu erkennen, Vermutungen zu formulieren und zu begründen. Damit verbinden sich Verstehensorientierung und kognitive Aktivierung.

3.2 Darstellungsvernetzung: Bedeutungen zwischen Handlung, Bild, Sprache und Symbol aufbauen

Mathematische Gegenstände sind nicht unmittelbar sinnlich zugänglich. Sie werden in Handlungen, Materialien, Bildern, Sprache, Symbolen, Tabellen, Graphen oder digitalen Darstellungen repräsentiert. Mathematisches Verstehen entsteht deshalb wesentlich darin, Bedeutungen innerhalb einer Darstellung aufzubauen und Beziehungen zwischen unterschiedlichen Darstellungen herzustellen.

Das auf Bruner zurückgehende E-I-S-Modell (Bruner, 1966) unterscheidet:

- enaktive beziehungsweise handelnde Repräsentationen,
- ikonische beziehungsweise bildliche Repräsentationen,
- symbolische beziehungsweise sprachlich-formale Repräsentationen.

Für den Mathematikunterricht ist diese Unterscheidung weiterhin hilfreich. Sie darf jedoch nicht als starre Entwicklungsfolge verstanden werden, in der Materialien zunächst eingesetzt, dann endgültig durch Bilder und schließlich durch Symbole ersetzt werden. Auch fortgeschrittene Lernende greifen auf bildliche oder handelnde Vorstellungen zurück; umgekehrt können bereits junge Kinder symbolische Strukturen nutzen. Entscheidend ist die wechselseitige Vernetzung der Repräsentationen.

Duval unterscheidet in diesem Zusammenhang zwischen Transformationen **innerhalb** eines Repräsentationsregisters und der Konversion **zwischen** unterschiedlichen Registern. Gerade der Wechsel zwischen Darstellungen ist für mathematisches Lernen anspruchsvoll und zentral: Eine symbolische Gleichung, ein Graph und eine sprachlich beschriebene Veränderung können denselben mathematischen Gegenstand darstellen, machen jedoch unterschiedliche Aspekte sichtbar (Duval, 2006).



Auch die Forschung zu multiplen Repräsentationen warnt davor, die bloße Bereitstellung mehrerer Darstellungen bereits mit Verstehen gleichzusetzen. Lernende müssen erkennen können, welche Funktion eine Darstellung erfüllt, welche Informationen sie hervorhebt und wie sie mit anderen Darstellungen zusammenhängt (Ainsworth, 2006).

Darstellungsvernetzung statt Anschauungsdekoration

Materialien und Bilder erfüllen keine didaktische Funktion allein dadurch, dass sie im Unterricht vorhanden sind. Ein Zehnerfeld, ein Würfelmaterial, ein Zahlenstrahl oder ein Prozentband wird nicht automatisch zum Verstehensmittel. Lernwirksam werden Darstellungen erst, wenn ihre mathematische Struktur explizit erschlossen und mit Handlungen, Sprache und Symbolen verbunden wird.

Dazu gehören Fragen wie:

- Welche mathematische Bedeutung besitzt ein Element der Darstellung?
- Welche Zahl oder Beziehung wird durch eine Handlung repräsentiert?
- Was bleibt beim Wechsel der Darstellung invariant?
- Welche Aspekte werden in einer Darstellung sichtbar, welche bleiben verborgen?
- Wie lässt sich eine Darstellung in eine andere überführen?
- Welche Darstellung unterstützt welche Denkhandlung?

Der Begriff **Korepräsentation** kann hier als Arbeitsbegriff für die gezielte gleichzeitige Bereitstellung und wechselseitige Deutung mehrerer Darstellungen verwendet werden. Für die wissenschaftliche Argumentation empfiehlt sich jedoch, ihn unter den etablierteren Oberbegriff der **Darstellungsvernetzung** zu stellen.

Die didaktische Zielrichtung besteht nicht in einem pauschalen „Abbau“ von Anschauungsmitteln. Äußere Unterstützung soll vielmehr zunehmend so genutzt werden, dass Lernende mathematische Beziehungen mental rekonstruieren und Darstellungen flexibel auswählen können. Darstellungen können zunächst eine starke Stützfunktion übernehmen, später reduziert oder gedanklich genutzt und bei neuen Schwierigkeiten erneut aufgegriffen werden.

Gerade an Bildungsübergängen ist eine solche Durchgängigkeit bedeutsam. Wenn etwa Stellenwertmaterial, Zahlenstrahl oder Flächenmodelle in verschiedenen Jahrgangsstufen völlig unterschiedlich oder nur punktuell eingesetzt werden, können sie ihre Funktion als langfristige Denk- und Kommunikationsmittel kaum entfalten. Unterricht muss deshalb klären, welche Darstellungen über mehrere Jahrgänge hinweg tragfähig sind, wie sie weiterentwickelt werden und wie der Übergang zu zunehmend abstrakten Darstellungen gestaltet wird.

Digitale dynamische Darstellungen können diese Vernetzung erweitern. Sie ermöglichen beispielsweise, Veränderungen und Invarianzen sichtbar zu machen oder unterschiedliche Repräsentationen synchron miteinander zu verbinden. Entscheidend bleibt, dass Lernende die



erzeugten Zusammenhänge deuten und nicht lediglich visuell beobachten (Kaenders & Schmidt, 2011).

3.3 Diagnose als Deutung mathematischen Denkens

Eine konsequente Orientierung an Basiskompetenzen verändert den Begriff der Diagnose. Diagnostik dient nicht nur dazu, richtige und falsche Ergebnisse festzustellen, Leistungen zu klassifizieren oder Förderbedarf allgemein zu benennen. Sie soll aufklären, **wie** Lernende mathematisch denken und welche Vorstellungen, Strategien und Schwierigkeiten ihren Bearbeitungen zugrunde liegen.

Von diagnostischem Interesse sind deshalb unter anderem:

- verwendete Strategien,
- Zahl-, Stellenwert- und Operationsvorstellungen,
- genutzte Darstellungen,
- sprachliche Beschreibungen und Begründungen,
- systematische Fehlermuster,
- nicht tragfähige Verallgemeinerungen,
- verfügbare Routinen,
- bereits vorhandene Ansätze für weiteres Lernen.

Fehler sind dabei nicht lediglich Abweichungen von einem erwarteten Ergebnis. Sie können Hinweise auf zugrunde liegende Denkweisen geben. Bei der schriftlichen Subtraktion kann etwa ein wiederkehrendes Vorgehen, stets die kleinere von der größeren Ziffer abzuziehen, auf eine nicht verstandene Stellenwertstruktur und ein rein ziffernbezogenes Verfahrensverständnis verweisen. Eine solche Interpretation ist jedoch zunächst eine diagnostische Hypothese, die durch weitere Aufgaben, Nachfragen oder Darstellungswechsel überprüft werden muss.

Forschung zur diagnostischen Kompetenz zeigt, dass es für Lehramtsstudierende und Lehrkräfte anspruchsvoll ist, mathematische Fehler nicht nur zu identifizieren, sondern begründete Hypothesen über dahinterliegende begriffliche oder prozedurale Schwierigkeiten zu entwickeln. Zugleich weisen Befunde darauf hin, dass diese Form der Diagnosekompetenz in gezielten Ausbildungssequenzen weiterentwickelt werden kann (Larrain & Kaiser, 2022).

Vom Ergebnis zum Fehlermuster

Eine diagnostisch kompetente Lehrkraft fragt deshalb nicht einfach nur, ob die Lösung richtig oder falsch ist. Sie fragt vielmehr weiterführend:

- Ist der Fehler zufällig oder systematisch?
- Welche Regel könnte das Kind gebildet haben?
- Welche Vorstellung wäre mit der Bearbeitung vereinbar?



- Welche alternativen Erklärungen sind möglich?
- Welche zusätzliche Aufgabe könnte zwischen diesen Erklärungen unterscheiden?
- An welche bereits vorhandenen Einsichten kann angeknüpft werden?

Das Projekt *Mathe sicher können* verbindet Standortbestimmungen ausdrücklich mit typischen Fehlern, möglichen Ursachen und Vorschlägen für nächste Förderziele. Der digitale Online-Check ergänzt Diagnoseergebnisse um die Auswertung von Fehlermustern und Vorschläge zur Weiterarbeit.

Diagnose und Förderung bilden damit keine aufeinanderfolgenden, voneinander getrennten Phasen. Diagnose ist dann professionell relevant, wenn aus ihr fachlich begründete nächste Lernschritte hervorgehen:

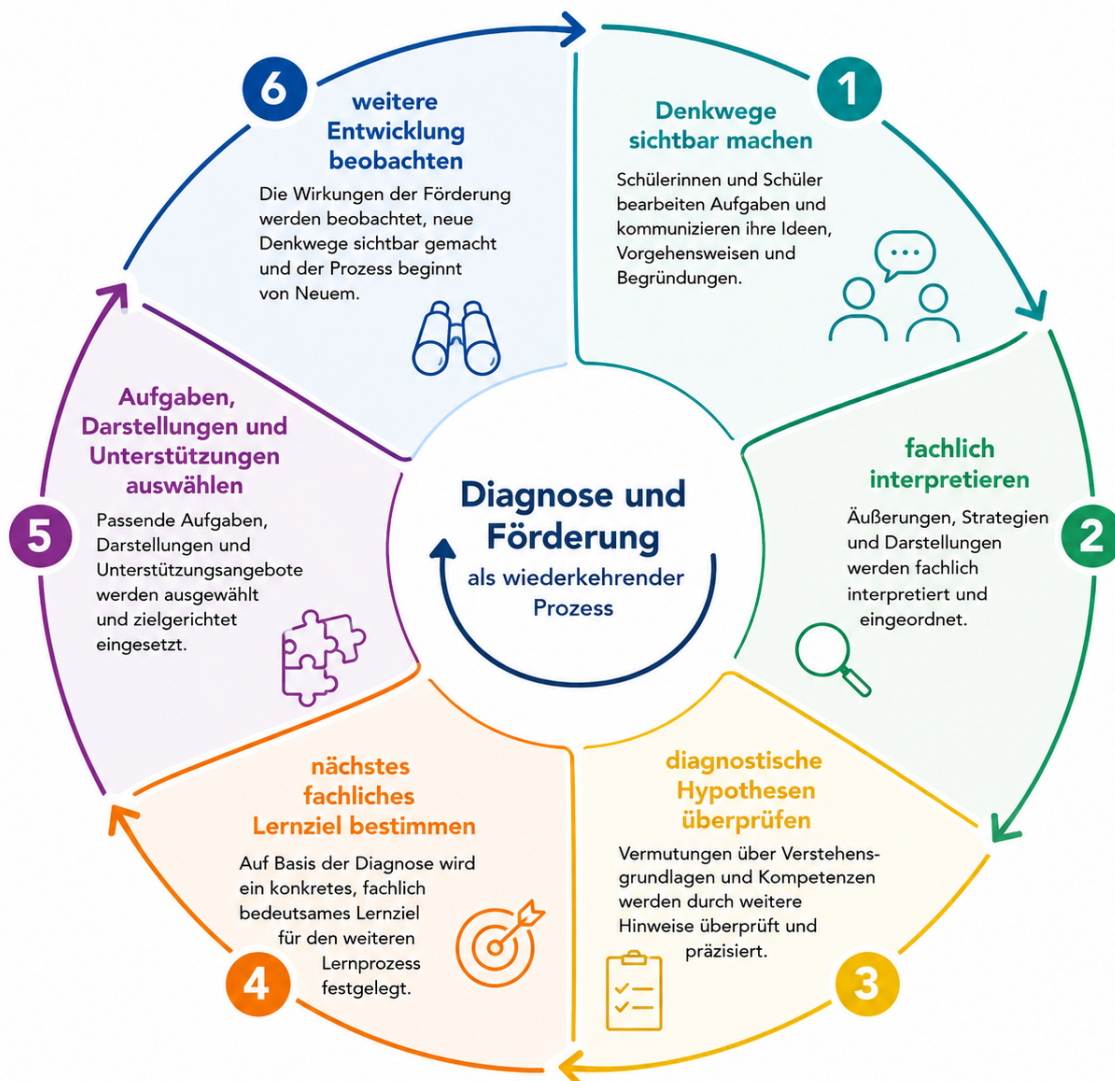


Abbildung 3.3: Diagnose und Förderung als rekursiver fachlicher Prozess



Adaptivität ohne Vereinzelung

Adaptive Förderung bedeutet nicht, für jedes Kind dauerhaft ein eigenes Curriculum und vollständig getrennte Lernwege zu organisieren. Sie verbindet gemeinsame fachliche Ziele mit unterschiedlichen Zugängen, Unterstützungsformen, Bearbeitungstiefen und Graden der Selbstständigkeit.

Förderung darf sich deshalb nicht auf ein unspezifisches „Mehr vom Gleichen“ beschränken. Die Wiederholung eines unverstandenen Verfahrens auf zusätzlichen Arbeitsblättern behebt die zugrunde liegende Schwierigkeit häufig nicht. Benötigt werden Lerngelegenheiten, die an den jeweiligen Vorstellungen ansetzen und gezielt deren Weiterentwicklung unterstützen.

Dazu können gehören:

- diagnostisch ergiebige Aufgaben,
- fokussierte Aufgabenserien,
- produktives Üben,
- geeignete Materialien und Darstellungen,
- mathematische Gespräche,
- sprachliche Unterstützungen,
- gestufte Impulse,
- natürliche Differenzierung,
- Rückbindungen an den gemeinsamen Fachunterricht.

Lernendenorientierung bedeutet dabei nicht, jede vorhandene Vorstellung lediglich zu bestätigen. Unterricht muss Denkwege ernst nehmen und zugleich fachlich fokussiert weiterführen. Adaptivität verbindet somit die Orientierung an individuellen Lernständen mit der Orientierung an mathematischen Entwicklungszielen.

3.4 Durchgängigkeit und kumulativer Kompetenzaufbau

Mathematische Basiskompetenzen entstehen nicht innerhalb einzelner Unterrichtsstunden oder abgeschlossener Unterrichtsreihen. Vorstellungen, Begriffe und Strategien entwickeln sich über längere Zeiträume. Sie werden aufgegriffen, differenziert, vernetzt, erweitert und zunehmend formalisiert.

Beispielsweise bilden:

- Zahl- und Operationsvorstellungen eine Grundlage für Brüche und rationale Zahlen,
- additive und multiplikative Strukturen eine Grundlage für Terme, Gleichungen und Funktionen,
- Vorstellungen zu Anteilen und Verhältnissen eine Grundlage für Prozentrechnung, Proportionalität und Stochastik,



- räumliche Vorstellungen eine Grundlage für synthetische und analytische Geometrie,
- der Umgang mit Daten eine Grundlage für statistisches Denken und gesellschaftliche Urteilsfähigkeit.

Durchgängigkeit bezeichnet deshalb nicht lediglich die formale Verteilung von Themen auf Jahrgangsstufen. Gemeint ist die **inhaltlich kohärente Weiterentwicklung fachlicher Vorstellungen**.

Lehrkräfte benötigen hierfür Wissen darüber,

- welche Vorstellungen spätere Inhalte tragen,
- welche typischen Lernwege und Hürden bestehen,
- welche Darstellungen langfristig anschlussfähig sind,
- wie vorhandene Vorstellungen erweitert oder reorganisiert werden,
- welche Begriffe und Strategien über Unterrichtseinheiten hinweg wiederkehren,
- wie fachliche Übergänge vorbereitet und begleitet werden.

Die leitende Frage lautet:

Was müssen Lernende heute verstehen und sicher nutzen können, damit sie morgen erfolgreich weiterlernen können?

Die QuaMath-Prinzipien Verstehensorientierung und Durchgängigkeit sind damit unmittelbar aufeinander bezogen. Durchgängigkeit ohne Verstehensorientierung kann zu einer bloßen Abfolge curricularer Inhalte werden. Verstehensorientierung ohne Durchgängigkeit bleibt dagegen möglicherweise auf eine einzelne Unterrichtseinheit begrenzt und verliert ihre Bedeutung für langfristiges Lernen.

Auch Anschauungsmittel, Sprache und diagnostische Aufgaben sollten durchgängig gedacht werden. Ein Darstellungs- oder Sprachmittel sollte nicht bei jedem Schulwechsel vollständig ersetzt werden, ohne an vorhandene Bedeutungen anzuknüpfen. Zugleich dürfen Darstellungen nicht über Jahre unverändert verwendet werden; sie müssen weiterentwickelt und an zunehmende mathematische Abstraktion angepasst werden.

3.5 Kognitive Aktivierung und Problemlösen

Die Orientierung an Basiskompetenzen darf nicht zu einem Unterricht führen, der überwiegend aus kleinschrittiger Anleitung, reproduktivem Üben und der isolierten Sicherung von Verfahren besteht. Tragfähige Basiskompetenzen entwickeln sich, wenn Lernende mathematische Strukturen selbst untersuchen, Beziehungen herstellen, Strategien vergleichen und Erkenntnisse begründen.



Kognitive Aktivierung richtet sich auf die angeregten Denkhandlungen. Dazu gehören:

- Muster und Beziehungen erkennen,
- Beispiele und Gegenbeispiele vergleichen,
- Vermutungen formulieren,
- Lösungswege entwickeln,
- Begründungen geben,
- Ergebnisse überprüfen,
- Strategien reflektieren,
- Erkenntnisse verallgemeinern.

Nicht jede sichtbare Aktivität ist kognitiv aktivierend. Das Arbeiten mit Material, die Bewegung im Klassenraum, das Ausfüllen eines Arbeitsblatts oder die Nutzung eines Tablets führen nicht automatisch zu mathematischem Denken. Entscheidend ist, welche fachlichen Fragen die Tätigkeit aufwirft und welche mentalen Operationen sie verlangt.

Basiskompetenzen und Problemlösen bedingen einander

Problemlösen nimmt eine doppelte Funktion ein.

Einerseits setzt erfolgreiches Problemlösen mathematische Basiskompetenzen voraus. Lernende benötigen Vorstellungen, Verfahren, Darstellungen und Strategien, um unbekannte Situationen strukturieren und bearbeiten zu können.

Andererseits werden Basiskompetenzen gerade in gehaltvollen Problemlöseprozessen vernetzt und flexibel nutzbar. Beim Problemlösen müssen Lernende Wissen auswählen, Beziehungen herstellen, Strategien anpassen, Ergebnisse prüfen und Vorgehensweisen begründen.

Daraus folgt:

Basiskompetenzen und Problemlösen stehen nicht in der Reihenfolge „erst Grundlagen, danach anspruchsvolles Denken“. Tragfähige Grundlagen ermöglichen Problemlösen; gehaltvolle Problemlöseprozesse entwickeln Grundlagen weiter.

Das gilt ebenso für Argumentieren, Modellieren, Darstellen und Kommunizieren. Diese allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind kein Zusatz, der erst nach der Sicherung fachlicher Grundlagen einsetzt. Sie beschreiben Formen mathematischen Handelns, in denen fachliche Vorstellungen aufgebaut, angewendet und weiterentwickelt werden.



3.6 Sprache und mathematische Kommunikation

Mathematiklernen ist zugleich fachbezogenes Sprachlernen. Lernende müssen mathematische Gegenstände nicht nur wahrnehmen und bearbeiten, sondern Beziehungen benennen, Vorgehensweisen beschreiben, Darstellungen deuten und Begründungen entwickeln können.

Sprachbildung ist deshalb keine zusätzliche Unterstützungsmaßnahme ausschließlich für Kinder und Jugendliche mit sprachlichen Schwierigkeiten. Sie ist ein konstitutiver Bestandteil mathematischer Begriffsbildung.

Mathematische Kommunikation umfasst insbesondere:

- eigene Denkwege zu beschreiben,
- unterschiedliche Strategien zu vergleichen,
- mathematische Aussagen zu begründen,
- Darstellungen zu erläutern,
- auf Ideen anderer einzugehen,
- Begriffe gemeinsam zu präzisieren,
- Missverständnisse und Mehrdeutigkeiten zu klären.

Kommunikationsförderung bedeutet dabei nicht bloß, möglichst viel sprechen zu lassen. Mathematische Gespräche benötigen einen fachlichen Fokus. Sie müssen Lernende dazu anregen, Beziehungen explizit zu machen, Begründungen zu prüfen und Sprache zunehmend zu präzisieren.

Darstellungsvernetzung und Kommunikation sind eng verbunden. Der Wechsel zwischen Handlung, Bild, Sprache und Symbol verlangt sprachliche Mittel; zugleich können sprachliche Äußerungen diagnostisch sichtbar machen, wie Lernende eine Darstellung oder ein Verfahren deuten.

3.7 Digitale Werkzeuge funktional einsetzen

Digitale Medien und Werkzeuge eröffnen vielfältige Möglichkeiten für mathematisches Lernen. Ihr didaktischer Wert entsteht jedoch nicht aus ihrer Neuheit oder bloßen Verwendung, sondern aus der Funktion, die sie für mathematische Denk- und Verstehensprozesse übernehmen.

Digitale Werkzeuge können unter anderem unterstützen,

- Zusammenhänge dynamisch zu visualisieren,
- Veränderungen und Invarianzen zu untersuchen,
- Darstellungen miteinander zu verknüpfen,
- Daten zu erfassen, auszuwerten und darzustellen,
- Simulationen durchzuführen,



- Vermutungen zu entwickeln und zu überprüfen,
- unmittelbare Einblicke in Bearbeitungen zu erhalten,
- produktiv zu üben,
- rechnerische Routinen gezielt zu entlasten.

Digitale Darstellungen können beispielsweise einen Graphen, eine Wertetabelle und eine symbolische Funktionsgleichung synchron miteinander verbinden. Dadurch werden Veränderungen zwischen Repräsentationen sichtbar. Lernwirksam wird diese Verbindung aber erst, wenn Lernende die Beziehungen deuten, beschreiben und begründen.

Eine klare Begrenzung bleibt erforderlich:

Digitale Werkzeuge ersetzen mathematisches Denken nicht. Sie können mathematische Beziehungen sichtbar, variierbar und untersuchbar machen.

Ein Computer-Algebra-System, eine Tabellenkalkulation, eine dynamische Geometriesoftware oder ein KI-gestütztes Werkzeug ist nur dann fachlich produktiv, wenn Ergebnisse geprüft, interpretiert und in mathematische Zusammenhänge eingeordnet werden. QuaMath bindet digitale Medien entsprechend in die übergreifenden Prinzipien der Verstehensorientierung, kognitiven Aktivierung, Durchgängigkeit, Lernendenorientierung und Kommunikation ein.

Mathematikunterricht trägt damit zu einer umfassenderen mathematischen Handlungsfähigkeit in einer quantifizierten und digital geprägten Gesellschaft bei. Lernende sollen quantitative Informationen beurteilen, Daten und Statistiken kritisch interpretieren, Wahrscheinlichkeiten einschätzen, Modelle hinterfragen und automatisiert erzeugte Ergebnisse prüfen können.

Diese Zielsetzung darf jedoch nicht zur begrifflichen Verwischung führen. Digitale Kompetenz und gesellschaftliche Urteilskraft sind nicht in ihrer Gesamtheit mathematische Basiskompetenzen. Mathematikunterricht stellt aber fachliche Grundlagen bereit, ohne die eine reflektierte Auseinandersetzung mit Daten, Modellen und digitalen Ergebnissen kaum möglich ist.

3.8 Kohärentes Zusammenspiel statt Methodenkatalog

Die dargestellten Qualitätsdimensionen dürfen nicht zu einem neuen Katalog voneinander isolierter Unterrichtsmethoden werden. Eine Unterrichtsstunde wird nicht allein dadurch verstehensorientiert, dass ein Material eingesetzt wird, nicht allein dadurch kognitiv aktivierend, dass eine offene Aufgabe vorkommt, und nicht allein dadurch lernendenorientiert, dass Schülerinnen und Schüler unterschiedliche Arbeitsblätter erhalten.

Entscheidend ist jeweils die fachliche Funktion:

- Welche Vorstellung wird aufgebaut?



- Welche Beziehung wird sichtbar?
- Welche Denkhandlung wird angeregt?
- Welche Äußerung oder Bearbeitung ermöglicht diagnostische Einsichten?
- Wie wird ein Lernweg weitergeführt?
- Welche Verbindung zu früheren und späteren Inhalten entsteht?
- Wie greifen Sprache, Darstellung und Symbolik ineinander?

Die fünf QuaMath-Prinzipien bieten hierfür einen gemeinsamen Orientierungsrahmen. Ihre Stärke liegt nicht darin, konkrete Methoden vorzuschreiben, sondern darin, Unterrichtsentscheidungen auf fachliche Tiefenstrukturen zu beziehen. QuaMath konzentriert sich bewusst auf wenige zentrale Qualitätsmerkmale, die über Inhaltsbereiche, Bildungsstufen und Lerngruppen hinweg für didaktische Entscheidungen herangezogen werden können.

Die in diesem Kapitel herausgearbeiteten drei Schärfungen nehmen darin eine besondere Stellung ein:

Darstellungsvernetzung macht mathematische Bedeutungen zugänglich und verbindet Handlung, Bild, Sprache, Symbol und digitale Repräsentationen.

Operations- und Begriffsverständnis sichert, dass mathematische Verfahren nicht als unverstandene Regeln, sondern als begründete und flexibel nutzbare Werkzeuge aufgebaut werden.

Diagnostische Deutung ermöglicht, Lernwege, Fehlermuster und vorhandene Ressourcen zu erkennen und in fachlich begründete nächste Lernschritte zu übersetzen.

Diese drei Dimensionen sind ihrerseits miteinander verbunden. Darstellungswechsel können diagnostische Einblicke eröffnen. Diagnostische Erkenntnisse zeigen, welche Grundvorstellungen weiterentwickelt werden müssen. Kognitiv aktivierende Aufgaben machen mathematische Vorstellungen sichtbar. Kommunikation ermöglicht, Denkwege auszuhandeln und zu präzisieren. Durchgängigkeit sorgt dafür, dass solche Prozesse nicht punktuell bleiben.

Zwischenfazit

Aus den empirischen Befunden folgt nicht die Forderung nach einem gänzlich neuen Mathematikunterricht. Viele der maßgeblichen mathematikdidaktischen Prinzipien sind seit Langem bekannt. Erforderlich ist jedoch eine konsequentere fachliche Schwerpunktsetzung.

Mathematisches Lernen muss darauf ausgerichtet werden,

- tragfähige Begriffs- und Operationsvorstellungen aufzubauen,
- Verständnis und sichere Verfügbarkeit miteinander zu verbinden,
- Darstellungen systematisch zu vernetzen,
- Sprache und mathematische Kommunikation zu entwickeln,
- Lernprozesse langfristig und durchgängig zu gestalten,



- Lernstände und Fehlermuster fachlich zu deuten,
- Förderung adaptiv und gegenstandsspezifisch auszurichten,
- Lernende kognitiv zu aktivieren,
- Problemlösen und weitere mathematische Denkhandlungen einzubeziehen,
- digitale Werkzeuge funktional und reflektiert einzusetzen.

Die Kernaussage dieses Kapitels lautet:

Nachhaltiger Kompetenzaufbau entsteht nicht durch einzelne Methoden, Materialien oder Fördermaßnahmen. Er gelingt durch das kohärente Zusammenspiel fachlicher Tiefenstrukturen: tragfähige Vorstellungen, vernetzte Darstellungen, mathematische Kommunikation, kognitive Aktivierung, Diagnose, adaptive Unterstützung und langfristige Durchgängigkeit.

Damit richtet sich die folgende Frage auf die unterschiedlichen institutionellen und professionellen Kontexte:

Welche Konsequenzen ergeben sich aus diesem Verständnis für die verschiedenen Lehrämter, Schulformen und Bildungsstufen?



Kapitel 4

Lehramtsspezifische Professionalisierungsaufgaben im Vorbereitungsdienst

Die Orientierung an Basiskompetenzen betrifft alle Lehrämter. Sie führt jedoch weder zu identischen fachlichen Inhalten noch zu einheitlichen Ausbildungsformaten. Welche Grundlagen für weiteres Lernen tragend sind, wie Lernprozesse diagnostisch erschlossen werden können und welche Formen adaptiver Unterstützung erforderlich sind, hängt von der Bildungsstufe, dem Bildungsgang, der Lerngruppe und dem jeweiligen fachlichen Gegenstand ab.

Zugleich gibt es einen gemeinsamen professionellen Kern. Lehrkräfte aller Lehrämter müssen fachliche Vorstellungen und Denkwege von Lernenden analysieren, Lernstände und Potenziale einschätzen, fachlich gehaltvolle Lerngelegenheiten gestalten und ihre Entscheidungen im Hinblick auf das weitere Lernen reflektieren können. Die ländergemeinsamen Anforderungen an die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung formulieren diese Aufgaben lehramtsübergreifend, betonen aber zugleich ihre schulform- und lehramtsspezifische Ausgestaltung (KMK, 2024).

Lehramtsspezifische Professionalisierung bedeutet deshalb weder die Entwicklung voneinander abgeschotteter Ausbildungskulturen noch die Vermittlung identischer Ausbildungsinhalte. Sie beruht auf einer doppelten Bewegung:

Gemeinsame professionelle Grundoperationen werden auf unterschiedliche fachliche Lernwege, Bildungsgänge und institutionelle Anforderungen bezogen.

Daraus ergibt sich die Leitfrage dieses Kapitels:

Was verbindet die Ausbildung der Lehrämter im Umgang mit Basiskompetenzen, wie wird dieser gemeinsame Kern lehramtsspezifisch konkretisiert und warum sollten



Fachleitungen und LAA das Thema zu einem durchgängigen Anliegen ihrer Ausbildung machen?

Die Argumentation folgt drei Schritten. Zunächst wird der gemeinsame professionelle Kern bestimmt. Anschließend werden seine lehramtsspezifischen Konkretisierungen herausgearbeitet. Abschließend wird gefragt, welche besondere fachliche und professionelle Motivation sich daraus für die Fachleitungen und LAA der jeweiligen Lehrämter ergibt.

4.1 Gemeinsamer professioneller Kern

Der gemeinsame professionelle Kern liegt nicht in identischen Unterrichtsgegenständen, Methoden oder Beobachtungsinstrumenten. Er besteht in einer gemeinsamen Aufmerksamkeit für die **Tiefenstruktur fachlichen Lernens**.

Unterricht ist nicht bereits dann lernwirksam, wenn Schülerinnen und Schüler sichtbar aktiv sind, Materialien verwenden, Aufgaben bearbeiten oder miteinander sprechen. Diese Merkmale gehören zunächst zur beobachtbaren Oberflächen- beziehungsweise Sichtstruktur des Unterrichts. Für seine fachliche Qualität ist entscheidend, zu welchen Denkhandlungen die Lernenden angeregt werden, welche Vorstellungen und Beziehungen sie aufbauen, wie ihr vorhandenes Denken aufgegriffen wird und ob die Lerngelegenheit weiteres fachliches Lernen ermöglicht.

Eine hohe Schüleraktivität ist deshalb nicht mit kognitiver Aktivierung gleichzusetzen. Lernende können intensiv beschäftigt sein, ohne sich mit dem fachlich Tragenden eines Gegenstands auseinanderzusetzen. Umgekehrt können äußerlich wenig spektakuläre Situationen fachlich besonders gehaltvoll sein, wenn Lernende Beziehungen entdecken, Darstellungen vernetzen, Strategien begründen oder eigene Vorstellungen überprüfen. Unterrichtsqualität muss daher sowohl generische Dimensionen wie Klassenführung und konstruktive Unterstützung als auch die fachspezifische Qualität der eröffneten Lernprozesse berücksichtigen (Baumert & Kunter, 2006; Prediger et al., 2022; Holzäpfel et al., 2024).

Für die Ausbildung ergibt sich daraus eine grundlegende Aufgabe: Fachleitungen müssen LAA dazu befähigen, nicht nur zu beschreiben, **was im Unterricht geschieht**, sondern zu analysieren, **welches fachliche Lernen dadurch ermöglicht wird**.

Der gemeinsame professionelle Kern lässt sich in vier miteinander verbundenen Operationen verdichten:



Abbildung 4.1: Gemeinsamer professioneller Kern



Diese vier Operationen bilden keine starre lineare Schrittfolge. Sie sind rekursiv aufeinander bezogen. Diagnostische Beobachtungen können eine erneute fachliche Analyse erforderlich machen. Erprobte Lerngelegenheiten verändern den Blick auf Lernvoraussetzungen. Reflexion führt zu neuen diagnostischen Fragen und didaktischen Entscheidungen.

Fachliche Grundlagen bestimmen

Fachliche Grundlagen zu bestimmen bedeutet mehr, als einen Lehrplaninhalt auszuwählen oder das Thema einer Unterrichtsreihe zu benennen. Erforderlich ist eine fachdidaktische Tiefenanalyse:

- Welche Vorstellungen, Begriffe, Verfahren, Darstellungen und Strategien tragen den Gegenstand?
- Welche Beziehungen müssen verstanden werden?
- Welche Grundlagen werden in späteren Lernprozessen erneut benötigt?
- Welche Darstellungen und Sprachmittel erschließen den mathematischen Sinn?
- Woran wäre ein lediglich schematisches oder oberflächliches Verständnis zu erkennen?

Im Mathematikunterricht betrifft dies beispielsweise Zahl-, Stellenwert- und Operationsvorstellungen, Vorstellungen zu Brüchen, Verhältnissen und funktionalen Beziehungen, den Aufbau algebraischer Denkweisen sowie den Wechsel zwischen handelnden, bildlichen, sprachlichen, tabellarischen, grafischen und symbolischen Darstellungen.

Basiskompetenzen werden dabei nicht durch ihre vermeintliche Einfachheit bestimmt. Basal sind fachliche Grundlagen, wenn nachfolgende Lernprozesse wiederholt auf sie angewiesen sind. Auch auf höheren Bildungstufen können deshalb bestimmte Vorstellungen, Denkweisen oder Darstellungskompetenzen eine basale Funktion besitzen.

Die fachliche Analyse schützt vor einer Verkürzung auf die Oberflächenstruktur des Unterrichts. Ausgangspunkt ist nicht die Frage, welches Material eingesetzt, welche Sozialform gewählt oder welches Produkt hergestellt werden soll. Zunächst ist zu klären:

Was sollen Lernende fachlich verstehen und zunehmend sicher nutzen können, damit sie weiterlernen können?

Damit wird zugleich ein Bezug zu den Bildungsstandards hergestellt. Diese verbinden in allen Bildungstufen prozessbezogene beziehungsweise allgemeine mathematische Kompetenzen mit inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen und Leitideen. Für die Primarstufe sowie für ESA und MSA liegen weiterentwickelte Standards aus dem Jahr 2022 vor; für die Allgemeine Hochschulreife gelten die Mathematikstandards von 2012 (KMK, 2022a, 2022b, 2012).

Lernprozesse diagnostisch erschließen

Ausgehend von der fachlichen Analyse müssen Lernprozesse diagnostisch erschlossen werden. Professionelle Diagnose beschränkt sich nicht auf die Feststellung richtiger oder falscher Ergebnisse.



Sie rekonstruiert, welche Vorstellungen, Strategien und Beziehungen einer Bearbeitung zugrunde liegen und wie tragfähig diese für das weitere Lernen sind.

LAA müssen deshalb lernen,

- diagnostisch ergiebige Aufgaben auszuwählen,
- schriftliche und mündliche Schüleräußerungen fachlich zu analysieren,
- vorhandene Ressourcen ebenso wahrzunehmen wie Schwierigkeiten,
- durch Nachfragen und Darstellungswechsel diagnostische Hypothesen zu überprüfen,
- zwischen fehlender Sicherheit und nicht tragfähigem Verständnis zu unterscheiden,
- und Fehler als mögliche Dokumente systematischer Denkwege zu interpretieren.

Diagnostische Kompetenz zeigt sich nicht darin, möglichst schnell eine Ursache zu benennen. Schülerbearbeitungen sind häufig mehrdeutig. Eine professionelle Deutung hält deshalb alternative Hypothesen offen und prüft sie an weiteren Äußerungen oder Aufgaben. Gerade die Interpretation von Fehlern stellt hohe Anforderungen an das fachliche und fachdidaktische Wissen angehender Lehrkräfte (Larrain & Kaiser, 2022).

Die Analyse erhält ihre professionelle Bedeutung durch die Frage nach dem nächsten Lernschritt:

Welche vorhandene Vorstellung kann aufgegriffen werden, welche Beziehung muss weiterentwickelt werden und welche Lerngelegenheit kann dies ermöglichen?

Damit wird die in Kapitel 1 formulierte Bewegung konkretisiert:

Lernvoraussetzungen wahrnehmen – fachlich deuten – an tragfähigen Vorstellungen anknüpfen – Weiterlernen ermöglichen.

Passende Lerngelegenheiten gestalten

Zwischen diagnostischer Einsicht und Unterrichtshandeln liegt eine anspruchsvolle Übersetzungsleistung. Aus einem Testergebnis, einem Fehlermuster oder einer Schüleräußerung ergibt sich nicht automatisch eine bestimmte Methode oder Fördermaßnahme.

Passende Lerngelegenheiten zu gestalten umfasst drei eng verbundene Dimensionen:

Didaktisch entscheiden

Zu bestimmen ist,

- welcher nächste fachliche Lernschritt bedeutsam ist,
- welche Aufgabe die erforderliche Denkhandlung anregen kann,
- welche Darstellung einen Zugang eröffnet,
- welche sprachlichen Mittel benötigt werden,
- welche Übungsform Verständnis und sichere Verfügbarkeit verbindet,
- und woran eine Weiterentwicklung beobachtet werden kann.



Adaptiv gestalten

Gemeinsame fachliche Ziele müssen unter Berücksichtigung unterschiedlicher Lernvoraussetzungen zugänglich gemacht werden. Adaptivität bedeutet dabei nicht, für jede Lernende und jeden Lernenden ein separates Curriculum bereitzustellen. Sie verbindet die Orientierung am gemeinsamen Gegenstand mit unterschiedlichen Zugängen, Darstellungen, Bearbeitungstiefen und Unterstützungsgraden.

Unterstützungen sind fachlich danach zu beurteilen, ob sie Denken eröffnen oder ersetzen. Eine Hilfe kann eine produktive Auseinandersetzung ermöglichen; sie kann den fachlichen Kern aber auch so weit vorwegnehmen, dass nur noch ein äußerlich korrektes Ergebnis entsteht.

Durchgängigkeit sichern

Basiskompetenzen entstehen nicht in einzelnen isolierten Unterrichtsstunden. Lerngelegenheiten müssen deshalb in längerfristige Lernwege eingebettet werden:

- Welche vorausgehenden Vorstellungen werden aufgegriffen?
- Welche Darstellungen und Sprachmittel werden weitergeführt?
- Welche Beziehungen werden schrittweise ausgebaut?
- Welche nachfolgenden Inhalte werden vorbereitet?
- Wie werden Diagnose, Aufbau, Übung, Anwendung und erneute Diagnose verbunden?

Die fünf QuaMath-Prinzipien präzisieren die fachliche Tiefenqualität solcher Lerngelegenheiten: Verstehensorientierung, kognitive Aktivierung, Lernendenorientierung und Adaptivität, Durchgängigkeit sowie Kommunikationsförderung. Sie wurden als wissenschaftsbasierter Orientierungsrahmen für Unterrichts- und Professionalisierungsprozesse von der frühen Bildung bis zur Sekundarstufe entwickelt (Prediger et al., 2022; Holzäpfel et al., 2024).

Das Grundraster und die QuaMath-Prinzipien übernehmen damit unterschiedliche Funktionen:

Das Grundraster strukturiert die professionelle Bewegung; die QuaMath-Prinzipien präzisieren die Qualität der gestalteten Lerngelegenheiten.

Entwicklung reflektieren

Reflexion richtet sich nicht allein darauf, ob eine Stunde planmäßig verlief, ob die Lernenden motiviert wirkten oder ob das vorgesehene Produkt entstand. Sie fragt nach der fachlichen Entwicklung:

- Welche Vorstellungen und Strategien wurden sichtbar?
- Welche Beziehungen konnten Lernende aufbauen?
- Welche Lernenden fanden Zugang, welche nicht?
- Welche Wirkung hatten Aufgabe, Darstellung, Sprache und Unterstützung?
- Welche diagnostischen Hypothesen wurden bestätigt oder müssen revidiert werden?
- Welche nächsten Lernschritte ergeben sich?
- Was muss die LAA in ihrer Wahrnehmung, Deutung oder Gestaltung weiterentwickeln?



Damit werden das Lernen der Schülerinnen und Schüler und die professionelle Entwicklung der LAA aufeinander bezogen. Eine Lerngelegenheit ist nicht allein danach zu beurteilen, was die Lehrkraft getan hat, sondern danach, welche fachlichen Prozesse sie ermöglicht und welche Erkenntnisse daraus für weiteres Unterrichtshandeln entstehen.

Das Grundraster als Strukturprinzip der Ausbildung

Die vier Operationen dürfen nicht auf eine einzelne Sminarsitzung zu Diagnose oder Förderung begrenzt bleiben. Sie sollten in unterschiedlichen Ausbildungssituationen wiederkehren:

- bei der Analyse von Lerngegenständen,
- in der Unterrichtsplanung,
- bei der Auswertung von Schülerprodukten,
- in Unterrichtsbesuchen,
- in Beratungs- und Reflexionsgesprächen,
- bei der Planung längerfristiger Unterrichtsvorhaben,
- und in Perspektivgesprächen.

Basiskompetenzen werden dadurch nicht zu einem zusätzlichen Ausbildungsthema neben Unterrichtsplanung, Diagnose, Förderung und Reflexion. Sie werden zum fachlichen Bezugspunkt, an dem diese Handlungsfelder miteinander verbunden werden.

Das Grundraster bezeichnet gemeinsame **professionelle Operationen**, nicht identische Inhalte oder Ausbildungswege. Was fachlich grundlegend ist, welche Lernprozesse diagnostisch bedeutsam sind und wie passende Lerngelegenheiten aussehen, muss im jeweiligen Lehramt konkretisiert werden.

4.2 Lehramtsspezifische Konkretisierung

Der gemeinsame professionelle Kern erhält in den Lehrämtern unterschiedliche fachliche und ausbildungsdidaktische Akzentuierungen. Diese Unterschiede beruhen nicht auf grundsätzlich verschiedenen Qualitätsvorstellungen. Sie ergeben sich aus den jeweiligen Entwicklungsphasen, Bildungsgängen, Lernvoraussetzungen und institutionellen Aufgaben.

Lehramtsspezifische Konkretisierung betrifft dabei vier Ebenen:

1. die fachlichen Inhalte und Verstehensgrundlagen,
2. die typischen Lernwege, Schwierigkeiten und Übergänge,
3. die didaktischen und diagnostischen Anforderungen an die LAA,
4. die Gestaltung der Lerngelegenheiten durch die Fachleitungen.

Grundschule: fachliche Grundlagen aufbauen und Anschlussfähigkeit sichern

Im Grundschullehramt liegt der Schwerpunkt auf dem grundlegenden und präventiven Aufbau mathematischer Vorstellungen. Kinder bringen unterschiedliche Erfahrungen mit Mengen, Zahlen,



Formen, Größen, Mustern und räumlichen Beziehungen mit. Diese Erfahrungen müssen wahrgenommen, systematisiert und zu langfristig tragfähigen Vorstellungen weiterentwickelt werden.

Die Bildungsstandards für den Primarbereich verbinden allgemeine mathematische Kompetenzen mit den inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen Zahlen und Operationen, Raum und Form, Größen und Messen, Daten und Zufall sowie Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang. Damit wird deutlich, dass Grundschulmathematik nicht auf die sichere Ausführung elementarer Rechenverfahren beschränkt ist. Sie legt fachliche Denk- und Arbeitsweisen grund, auf die späteres mathematisches Lernen angewiesen ist (KMK, 2022a).

Für die Ausbildung angehender Grundschullehrkräfte bedeutet dies insbesondere,

- frühe mathematische Denkweisen rekonstruieren zu können,
- Zahl-, Stellenwert- und Operationsverständnis nicht mit korrekten Ergebnissen gleichzusetzen,
- den Zusammenhang von Verstehen und sicherer Verfügbarkeit zu berücksichtigen,
- Handlung, Bild, Sprache und Symbol systematisch zu vernetzen,
- Aufgaben auf ihre langfristige fachliche Tragfähigkeit zu prüfen,
- Schwierigkeiten frühzeitig und präventiv aufzugreifen,
- und Übergänge aus der frühen Bildung sowie in die Sekundarstufe mitzudenken.

PIKAS konkretisiert diesen Auftrag unter anderem durch einen Orientierungsrahmen zu arithmetischen Basiskompetenzen. Dieser unterscheidet Zahlverständnis, Operationsverständnis, Stellenwertverständnis, schnelles Kopfrechnen, Zahlenrechnen und Ziffernrechnen und bezieht sie ausdrücklich auf erfolgreiches Weiterlernen und die Anforderungen der Bildungsstandards. Die begleitenden Fortbildungsangebote verbinden kontinuierliche Diagnose mit verstehensorientierter und kommunikationsanregender Förderung (PIKAS - DZLM, o. J.a, o. J.b).

Für Fachleitungen folgt daraus, Lerngelegenheiten zu gestalten, in denen LAA nicht nur Unterrichtsmethoden für die Grundschule kennenlernen. Sie müssen Gelegenheit erhalten,

- Kinderlösungen fachlich zu analysieren,
- typische Entwicklungswege und Fehlvorstellungen zu rekonstruieren,
- Darstellungen und Materialien auf ihre mathematische Struktur zu prüfen,
- Lernsequenzen über längere Zeiträume zu planen,
- und die Anschlussfähigkeit früher mathematischer Lernprozesse zu begründen.

Die zentrale Professionalisierungsfrage lautet:

Wie können aus unterschiedlichen frühen Erfahrungen tragfähige gemeinsame Grundlagen entstehen, die späteres mathematisches Lernen ermöglichen?



Sonderpädagogische Förderung und Gemeinsames Lernen: fachliche Entwicklung und Teilhabe verbinden

Im Lehramt für sonderpädagogische Förderung (SF) und in inklusiven Unterrichtskontexten liegt der Schwerpunkt auf der Verbindung fachlicher Lernprozesse mit individuellen Entwicklungsbedingungen, Barrieren und Teilhabemöglichkeiten.

Schwierigkeiten dürfen nicht allein als Abstand zu einer Jahrgangsnorm beschrieben werden. Erforderlich ist eine Rekonstruktion fachlicher Entwicklungslogiken:

- Welche Vorstellungen und Strategien sind bereits vorhanden?
- An welcher fachlichen Beziehung entsteht eine Schwierigkeit?
- Welche Barriere geht von der Aufgabe, der Sprache, der Darstellung oder der Lernumgebung aus?
- Welche Unterstützung eröffnet Zugang zum gemeinsamen Gegenstand?
- Welcher nächste Schritt ist fachlich bedeutsam und erreichbar?

Inklusive Mathematikdidaktik richtet den Blick deshalb sowohl auf individuelle Lernwege als auch auf die fachliche Struktur des gemeinsamen Gegenstands. Jütte und Lüken zeigen, dass sich inklusive Mathematikdidaktik nicht in organisatorischer Differenzierung erschöpft, sondern fachliche Lerngegenstände, individuelle Voraussetzungen und adaptive Unterstützungen systematisch aufeinander beziehen muss (Jütte & Lüken, 2021).

Adaptive Förderung darf nicht zu dauerhaften Parallelcurricula oder zur fachlichen Isolation einzelner Lernender führen. Auch Lernende mit erheblichen Schwierigkeiten benötigen Zugang zum Darstellen, Begründen, Kommunizieren und Problemlösen. Das gemeinsame fachliche Ziel kann auf unterschiedlichen Repräsentations-, Abstraktions- und Unterstützungsniveaus bearbeitet werden.

Das Diagnose- und Förderkonzept *Mathe sicher können* ist für diese Perspektive besonders anschlussfähig. Es wurde zunächst für die Klassen 5 bis 7 entwickelt und später für die Klassen 3 und 4 adaptiert. Die Materialien verbinden themenspezifische Standortbestimmungen mit verstehensorientierten Fördereinheiten und beruhen auf Forschung zu notwendigen Verstehensgrundlagen und typischen Schwierigkeiten mathematikschwächerer Lernender (DZLM, o. J.a; Selter et al., 2025; Prediger et al., 2026).

Für den Vorbereitungsdienst erhält multiprofessionelle Kooperation besondere Bedeutung. Fachliche und sonderpädagogische Expertise müssen bereits bei der Analyse des Lerngegenstands, der Diagnose, der Planung von Zugängen und der Reflexion verbunden werden. Die KMK beschreibt die gemeinsame Planung und Gestaltung inklusiven Unterrichts als Bestandteil professioneller Lehrkräftebildung (KMK, 2015, 2024).

Fachleitungen müssen daher Lerngelegenheiten eröffnen, in denen LAA

- Schülerbearbeitungen entwicklungsbezogen analysieren,
- fachliche und nichtfachliche Barrieren unterscheiden,



- Hilfen auf ihre lernförderliche Funktion prüfen,
- gemeinsame Lerngegenstände mit unterschiedlichen Zugängen konzipieren,
- und fachliche Entwicklung mit Teilhabe- und Abschlussperspektiven verbinden.

Die zentrale Professionalisierungsfrage lautet:

Wie können individuelle fachliche Entwicklungswege so unterstützt werden, dass Lernen, Teilhabe und weitere Bildungswege auch unter erschwerten Bedingungen möglich bleiben?

HRSGe: nicht gesicherte Grundlagen im aktuellen Unterricht weiterentwickeln

In den Bildungsgängen von Haupt-, Real-, Sekundar- und Gesamtschulen treffen Lehrkräfte auf besonders heterogene Lernbiografien, unterschiedliche Abschlussziele und vielfältige schulische und berufliche Perspektiven.

Die Bildungsstandards für ESA und MSA formulieren gemeinsame allgemeine mathematische Kompetenzen und Leitideen, differenzieren aber die erwarteten Anforderungsniveaus. Für den Unterricht entsteht daraus eine anspruchsvolle Doppelaufgabe: Er muss auf verbindliche Abschlüsse vorbereiten und zugleich Lernende berücksichtigen, deren fachliche Grundlagen sehr unterschiedlich entwickelt sind (KMK, 2022b).

Die zentrale Aufgabe besteht darin, nicht gesicherte Grundlagen aufzugreifen, ohne Lernende vom aktuellen fachlichen Lernen abzukoppeln. Schwierigkeiten bei Brüchen, Prozentsen, proportionalen Zusammenhängen, Termen oder Gleichungen dürfen nicht ausschließlich durch eine Wiederholung früherer Rechenverfahren beantwortet werden. Zu klären ist, welche Vorstellungen fehlen, welche Beziehungen nicht verstanden wurden und wie diese innerhalb des aktuellen Gegenstands weiterentwickelt werden können.

Für angehende Lehrkräfte bedeutet dies,

- aktuelle Schwierigkeiten auf ihre fachlichen Voraussetzungen zurückzuführen,
- diagnostische Aufgaben in den laufenden Unterricht einzubetten,
- Grundlagen innerhalb aktueller Lerngegenstände zu reaktivieren,
- unterschiedliche Zugänge zu gemeinsamen fachlichen Zielen zu gestalten,
- stigmatisierende Förderarrangements zu vermeiden,
- fachliche Kommunikation auch in stark heterogenen Lerngruppen zu ermöglichen,
- und unterschiedliche Bildungs- und Abschlusswege offenzuhalten.

Interventionsstudien zu *Mathe sicher können* zeigen, dass verstehensorientierte, gegenstandsspezifische Förderung nicht auf ein allgemeines Mehr an Übung reduziert werden kann. Entscheidend sind die Diagnose der zugrunde liegenden Vorstellungen und die gezielte Weiterentwicklung fachlicher Verstehensgrundlagen (Moser Opitz et al., 2017). Die Materialien des Projekts wurden gerade für Lernende der Klassen 5 bis 7 konzipiert, die grundlegende mathematische Anforderungen noch nicht sicher bewältigen (DZLM, o. J.a).

Fachleitungen müssen deshalb Ausbildungssituationen schaffen, in denen LAA



- fachliche Lernstände nicht nur global bewerten,
- heterogene Bearbeitungen auf gemeinsame mathematische Strukturen beziehen,
- Diagnose und regulären Unterricht miteinander verbinden,
- Aufgaben mit unterschiedlichen Zugängen, aber gehaltvollem gemeinsamen Kern entwickeln,
- und Unterrichtssequenzen planen, die Rekonstruktion und curriculares Weiterlernen verbinden.

Der leitende Grundsatz lautet:

Rekonstruktion darf nicht zurücksetzen; sie muss Weiterlernen eröffnen.

Die zentrale Professionalisierungsfrage lautet:

Wie können nicht gesicherte Grundlagen so rekonstruiert werden, dass Unterricht mit der realen Lerngruppe möglich wird und Lernende Anschluss an aktuelle Inhalte und weitere Bildungswege gewinnen?

GyGe – Sekundarstufe I: vorausgesetzte Grundlagen überprüfen und reaktivieren

Im gymnasialen Bildungsgang besteht die Gefahr, Basiskompetenzen als selbstverständlich vorhanden anzusehen. Formal richtige Bearbeitungen können jedoch begrenzt tragfähige Vorstellungen verdecken. Schwierigkeiten treten häufig erst hervor, wenn Darstellungen gewechselt, Verfahren begründet oder bekannte Strukturen auf neue Gegenstände übertragen werden müssen.

Dies zeigt sich besonders an fachlichen Übergängen:

- von Arithmetik zu Algebra,
- von additiven zu multiplikativen Strukturen,
- von proportionalen Beziehungen zum funktionalen Denken,
- von konkreten Darstellungen zu symbolischen Beschreibungen,
- von einzelnen Beispielen zu allgemeinen Beziehungen.

Für algebraisches und funktionales Denken reichen sichere Rechenverfahren nicht aus. Benötigt werden unter anderem ein relationales Verständnis von Gleichheit, tragfähige Operationsvorstellungen, ein flexibler Variablenbegriff und die Vernetzung von Graph, Tabelle, Term, Sprache und Kontext.

LAA müssen deshalb lernen,

- vermeintlich vorhandene Grundlagen diagnostisch zu überprüfen,
- Schwierigkeiten mit aktuellen Gegenständen auf frühere Vorstellungen zurückzuführen,
- elementare Beziehungen in anspruchsvollen Aufgaben sichtbar zu machen,
- Schülerinnen und Schüler mit wiederkehrenden Misserfolgserfahrungen fachlich wieder anzuschließen,
- und Basiskompetenzen nicht gegen Komplexität und gymnasialen Anspruch auszuspielen.



Gerade anspruchsvolle Aufgaben können diagnostisch ergiebig sein, weil sie zeigen, ob Lernende Beziehungen verstehen, Darstellungen flexibel nutzen und Wissen übertragen können. Die Orientierung an Basiskompetenzen führt deshalb nicht notwendig zu einfacheren Aufgaben, sondern zu einer genaueren Analyse ihrer fachlichen Voraussetzungen und Lernpotenziale.

Für Fachleitungen folgt daraus, Unterrichtsplanung und -beratung nicht ausschließlich auf die intendierte Stoffprogression zu richten. Sie müssen mit LAA analysieren,

- welche Grundlagen eine neue Abstraktion voraussetzt,
- welche Lernenden den Anschluss verloren haben,
- welche Aufgaben diagnostische Einblicke eröffnen,
- und wie fehlende Verstehensgrundlagen innerhalb des gemeinsamen Unterrichts reaktiviert werden können.

Die zentrale Professionalisierungsfrage lautet:

Wie können vorausgesetzte Grundlagen sichtbar gemacht und so weiterentwickelt werden, dass auch fachlich abgehängte Lernende Zugang zu algebraischem, funktionalem und zunehmend abstraktem Denken gewinnen?

GyGe – Sekundarstufe II: elementare Vorstellungen in komplexer Mathematik aktivieren

In der gymnasialen Oberstufe werden Basiskompetenzen nicht bedeutungslos. Ihre Gestalt und Funktion verändern sich. Grundlegende Vorstellungen, Strategien und Darstellungsfähigkeiten werden in komplexere und stärker formalisierte mathematische Zusammenhänge eingebettet.

Die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife verbinden allgemeine mathematische Kompetenzen mit den Leitideen Algorithmus und Zahl, Messen, Raum und Form, funktionaler Zusammenhang sowie Daten und Zufall. Wissenschaftspropädeutisches Lernen setzt damit nicht nur die Beherrschung formaler Verfahren voraus, sondern die Fähigkeit, mathematische Zusammenhänge darzustellen, zu argumentieren, Probleme zu lösen und Modelle zu verwenden (KMK, 2012).

Ein Lernender kann Ableitungsregeln formal beherrschen, ohne Ableitung als lokale Änderungsrate oder als Funktion zu verstehen. Vergleichbare Spannungen bestehen zwischen Integralverfahren und Vorstellungen von Bestand und Änderung, zwischen vektoriellen Rechnungen und räumlich-geometrischen Beziehungen oder zwischen stochastischen Formeln und tragfähigen Vorstellungen von Wahrscheinlichkeit, Variabilität und Unsicherheit.

Für angehende Lehrkräfte bedeutet dies,

- formale Verfahren mit Grundvorstellungen zu verbinden,
- symbolische, grafische, geometrische, numerische und sprachliche Darstellungen systematisch zu vernetzen,
- komplexe Gegenstände auf ihre elementaren Verstehensgrundlagen zu analysieren,



- fehlende Grundlagen zu diagnostizieren, ohne den Oberstufenunterricht in Wiederholungskurse aufzulösen,
- und wissenschaftspropädeutisches Denken aufzubauen, ohne universitäre Mathematik lediglich vorwegzunehmen.

Die fachwissenschaftliche Tiefe des Lehramts GyGe entfaltet ihren professionellen Wert, wenn LAA erkennen, wie elementare und weiterführende Mathematik miteinander verbunden sind. Die fachliche Analyse dient nicht nur der korrekten Darstellung des Oberstufenstoffes. Sie muss sichtbar machen, welche Vorstellungen, Beziehungen und Denkweisen ihn für Lernende verständlich machen.

Fachleitungen sollten daher Lerngelegenheiten anbieten, in denen LAA

- zentrale Oberstufengegenstände auf ihre Grundvorstellungen analysieren,
- typische formale Schülerlösungen hinsichtlich ihres Verständnisses prüfen,
- Darstellungswechsel als diagnostische und lernwirksame Instrumente nutzen,
- und die langfristige Entwicklung der Leitideen über die Sekundarstufen hinweg rekonstruieren.

Die zentrale Professionalisierungsfrage lautet:

Welche grundlegenden Vorstellungen und Denkweisen müssen in komplexer Oberstufenmathematik aktiviert und weiterentwickelt werden, damit formales und wissenschaftspropädeutisches Lernen fachlich tief verstanden werden kann?

Lehramt bzw. Handlungsfeld	Besonderer fachlicher Fokus	Typische diagnostische Herausforderung	Schwerpunkt der Professionalisierung
 Grundschule	grundlegender Aufbau fachlicher Vorstellungen	sehr unterschiedliche frühe Erfahrungen und Entwicklungsstände	Prävention, Grundlegung und frühe Diagnose
 Sonderpädagogische Förderung und Gemeinsames Lernen	individuelle fachliche Entwicklungslogiken und Teilhabe	Barrieren, diskontinuierliche Lernwege und unterschiedliche Zugänge	adaptive Lernangebote, langfristige Entwicklung und Kooperation
 HRSGe	Rekonstruktion nicht gesicherter Grundlagen bei fortschreitendem Curriculum	heterogene Lernbiografien und unterschiedliche Abschlussziele	Verbindung von Förderung und aktuellem fachlichem Weiterlernen
 GyGe – Sekundarstufe I	Weiterentwicklung zu algebraischem, funktionalem und formalem Denken	formal sichere Verfahren bei begrenzt tragfähigem Verständnis	diagnostische Reaktivierung und Vernetzung vorausgesetzter Grundlagen
 GyGe – Sekundarstufe II	Aktivierung basaler Vorstellungen in komplexen Gegenstandsbereichen	Beherrschung von Verfahren ohne hinreichendes Begriffs- und Darstellungsverständnis	Verbindung elementarer Vorstellungen mit Abstraktion und Wissenschaftspropädeutik

Tabelle 4.2: Lehramtsspezifische Konkretisierungen mathematischer Basiskompetenzen



4.3 Lehramtsspezifische Motivation

Die Orientierung an Basiskompetenzen ist nicht nur deshalb relevant, weil empirische Befunde, Bildungsstandards oder Ausbildungsordnungen entsprechende Anforderungen formulieren. Soll das Thema zu einem roten Faden der Ausbildung werden, müssen Fachleitungen und LAA darin einen Bezug zum professionellen Kern ihres jeweiligen Lehramts erkennen.

Die Motivationsfrage lautet deshalb nicht allgemein, warum Basiskompetenzen wichtig sind. Sie muss lehramtsspezifisch zugespitzt werden:

Was gewinnt dieses Lehramt fachlich, professionell und institutionell, wenn Basiskompetenzen zum durchgängigen Bezugspunkt der Ausbildung werden?

Grundschule: die fachliche Bedeutung früher Mathematik sichtbar machen

Für das Grundschullehramt liegt der Motivationskern in der Verantwortung für die fachliche Grundlegung der gesamten weiteren mathematischen Bildungsbiografie.

Die Beschäftigung mit Basiskompetenzen macht sichtbar, dass Grundschulmathematik keine bloße Vorstufe der „eigentlichen“ Mathematik ist. Zahl-, Stellenwert-, Operations-, Größen- und Raumvorstellungen sowie grundlegende Formen des Darstellens, Argumentierens und Problemlösens sind nicht einfache Vorübungen. Sie bilden die Denkwerkzeuge, auf die spätere Arithmetik, Algebra, Geometrie und funktionales Denken angewiesen sind.

Für Fachleitungen eröffnet dies die Möglichkeit, die fachliche Eigenständigkeit und den langfristigen Bildungsbeitrag des Grundschullehramts deutlich zu machen. Für LAA entsteht eine anspruchsvolle professionelle Aufgabe: Sie begleiten nicht lediglich frühe Aktivitäten mit Zahlen und Formen, sondern gestalten fachliche Grundlagen, deren Qualität weit über die Grundschulzeit hinauswirkt.

Der Motivationskern lautet:

Wir bauen nicht nur erste Kenntnisse auf. Wir legen die fachlichen Fundamente, an die alle späteren mathematischen Lernprozesse anschließen müssen.

Sonderpädagogische Förderung: fachliche Teilhabe und Bildungswege eröffnen

Für das Lehramt für sonderpädagogische Förderung liegt die Motivation im Zusammenhang von Basiskompetenzen, Teilhabe und weiteren Bildungswegen.

Fehlende fachliche Grundlagen erschweren nicht nur die Bearbeitung einzelner Aufgaben. Sie können dazu führen, dass Lernende dauerhaft vom gemeinsamen Unterricht, von Abschlüssen und von beruflichen Anschlussmöglichkeiten ausgeschlossen werden. Eine fachlich präzise Diagnose und adaptive Förderung kann dagegen Zugänge eröffnen, ohne den fachlichen Anspruch aufzugeben.

Für Fachleitungen und LAA gewinnt das Thema dadurch eine unmittelbare bildungsbiografische Bedeutung. Es geht nicht nur darum, aktuelle Schwierigkeiten zu kompensieren. Es geht darum,



Lernenden mit erschwerten Schulbiografien fachliche Entwicklung und reale Bildungsoptionen zu eröffnen.

Der Motivationskern lautet:

Wer Basiskompetenzen fachlich fundiert entwickelt, ermöglicht Teilhabe am gemeinsamen Gegenstand und hält Bildungs- und Abschlussperspektiven offen.

HRSGe: Mathematikunterricht mit der realen Lerngruppe ermöglichen

Für das Lehramt HRSGe berührt die Orientierung an Basiskompetenzen die elementare Frage, ob Unterricht unter Bedingungen hoher Heterogenität überhaupt fachlich wirksam werden kann.

Wenn ein erheblicher Teil einer Lerngruppe die vorausgesetzten Grundlagen nicht besitzt, kann der Unterricht zwar formal am Curriculum fortschreiten, erreicht aber viele Lernende nicht mehr. Fachliche Überforderung, wiederholter Misserfolg, Rückzug und Unterrichtsstörungen sind dann nicht allein individuelle Motivationsprobleme. Sie können Ausdruck eines Unterrichts sein, dessen fachliche Anforderungen und Lernvoraussetzungen nicht mehr anschlussfähig sind.

Basiskompetenzorientierung bietet hier keinen einfachen Reparaturmechanismus. Sie ermöglicht aber, fachliche Voraussetzungen sichtbar zu machen, aktuelle Inhalte zugänglich zu gestalten und Lernende wieder in gemeinsame mathematische Prozesse einzubeziehen.

Für Fachleitungen besteht der professionelle Sinn darin, LAA zu einem Unterricht zu befähigen, der weder an einem fiktiven Durchschnitt noch ausschließlich an Defiziten ausgerichtet ist.

Der Motivationskern lautet:

Basiskompetenzorientierung entscheidet mit darüber, ob Mathematikunterricht mit der realen Lerngruppe oder an erheblichen Teilen von ihr vorbei stattfindet.

GyGe – Sekundarstufe I: wiederkehrenden fachlichen Misserfolg unterbrechen

Im gymnasialen Bildungsgang betrifft das Problem häufig nicht die gesamte Lerngruppe, wohl aber eine relevante Gruppe von Schülerinnen und Schülern. Sie schreiben wiederholt mangelhafte oder ungenügende Leistungen und verlieren zunehmend den Anschluss an den aktuellen Unterricht.

Eine weitere Wiederholung des aktuellen Stoffes hilft häufig nicht, weil die eigentliche Schwierigkeit in früheren, nicht gesicherten Vorstellungen liegt. Erst eine basiskompetenzorientierte Diagnose zeigt, an welchem fachlichen Zusammenhang der Lernweg abgebrochen ist und welche Grundlage reaktiviert werden muss.

Für Fachleitungen und LAA eröffnet das Thema damit eine Alternative zur bloßen Fortschreibung von Misserfolg. Gymnasialer Anspruch wird gerade dadurch zugänglich, dass seine fachlichen Grundlagen transparent und lernbar gemacht werden.



Der Motivationskern lautet:

Die Orientierung an Basiskompetenzen eröffnet fachlich abgehängten Schülerinnen und Schülern eine reale Möglichkeit, wieder in anspruchsvolles mathematisches Lernen einzusteigen.

GyGe – Sekundarstufe II: mathematische Tiefe statt bloßer Formalisierung ermöglichen

Für die Sekundarstufe II liegt der Motivationskern in der Qualität anspruchsvoller Mathematik selbst.

Formale Verfahren, komplexe Aufgaben und wissenschaftspropädeutische Arbeitsweisen werden nicht allein durch einen höheren Abstraktionsgrad fachlich tief. Ohne tragfähige Vorstellungen können auch anspruchsvolle Inhalte schematisch und unverstanden bearbeitet werden.

Die Auseinandersetzung mit Basiskompetenzen lenkt den Blick auf das Fundament komplexer Mathematik:

- Welche Vorstellungen tragen den Ableitungs- oder Integralbegriff?
- Welche Beziehungen verbinden unterschiedliche Funktionsdarstellungen?
- Welche geometrischen Vorstellungen liegen vektoriellen Verfahren zugrunde?
- Welche Vorstellungen von Zufall und Variabilität tragen stochastische Modelle?

Für Fachleitungen und LAA führt das Thema damit nicht zu vermeintlich einfacher Mathematik, sondern zur fachlichen Tiefenstruktur der Oberstufengegenstände.

Der Motivationskern lautet:

Fachliche Tiefe entsteht, wenn elementare Grundlagen flexibel aktiviert, vernetzt und in komplexeren mathematischen Zusammenhängen weiterentwickelt werden.

Gemeinsame Verantwortung – unterschiedliche professionelle Gründe

Die lehramtsspezifischen Motive unterscheiden sich, sind aber aufeinander bezogen:

- Die Grundschule legt fachliche Grundlagen.
- Die sonderpädagogische Förderung eröffnet Teilhabe und Bildungswege.
- HRSGe verbindet Rekonstruktion mit aktuellem und abschlussbezogenem Weiterlernen.
- GyGe in der Sekundarstufe I ermöglicht den Wiedereinstieg in anspruchsvollere mathematische Zusammenhänge.
- GyGe in der Sekundarstufe II verbindet Grundlagen mit Abstraktion und wissenschaftspropädeutischer Tiefe.

Kein Lehramt kann diese Verantwortung allein tragen. Die Grundschule kann Grundlagen aufbauen, aber nicht ihre spätere Aktivierung gewährleisten. Die Sekundarstufe kann nicht gesicherte Grundlagen aufgreifen, darf jedoch vorausgehendes Lernen nicht ausblenden. Die Oberstufe bleibt



auf tragfähige frühere Vorstellungen angewiesen und entwickelt sie in komplexeren Zusammenhängen weiter.

Die lehramtsspezifische Motivation ersetzt deshalb nicht die gemeinsame Verantwortung, sondern gibt ihr einen jeweils eigenen professionellen Sinn.

Zwischenfazit

Basiskompetenzen sind für alle Lehrämter bedeutsam, jedoch nicht aus demselben Grund und nicht in derselben fachlichen Ausprägung.

Gemeinsam sind die professionellen Grundoperationen:

Fachliche Grundlagen bestimmen – Lernprozesse diagnostisch erschließen – passende Lerngelegenheiten gestalten – Entwicklung reflektieren.

Dieses Grundraster richtet die Aufmerksamkeit auf die Tiefenstruktur fachlichen Lernens. Entscheidend ist, welche Vorstellungen, Beziehungen, Strategien und Denkweisen Lernende aufbauen und wie diese ihr weiteres Lernen tragen.

Lehramtsspezifisch sind dagegen

- die fachlichen Gegenstände und Grundlagen,
- die typischen Lernwege und Schwierigkeiten,
- die diagnostischen Anforderungen,
- die Formen adaptiver Unterstützung,
- die institutionellen Bedingungen,
- die Konsequenzen für das Ausbildungshandeln
- und die professionellen Motive von Fachleitungen und LAA.

Die Kernaussage dieses Kapitels lautet:

Gemeinsam ist die professionelle Verantwortung, fachliches Lernen in der Tiefe zu ermöglichen. Lehramtsspezifisch sind ihr Gegenstand, ihre Bearbeitung und ihre motivationale Bedeutung. Kohärente Ausbildung entsteht, wenn Fachleitungen den gemeinsamen professionellen Kern fachlich, fachdidaktisch und motivational auf den jeweiligen Ausbildungsauftrag beziehen.

Damit richtet sich der Blick im folgenden Kapitel auf die Übergänge zwischen Bildungsstufen und Institutionen:

Wie können fachliche Lernprozesse fortgesetzt werden, wenn sich Zuständigkeiten, Erwartungen, Darstellungen und institutionelle Kontexte verändern?



Kapitel 5

Übergänge als Kohärenztest

Kapitel 4 hat einen gemeinsamen professionellen Kern der Lehrämter bestimmt und zugleich gezeigt, dass dieser je nach Bildungsstufe, Bildungsgang und fachlichem Gegenstand unterschiedlich konkretisiert werden muss. Kapitel 5 richtet den Blick nun auf die Stellen, an denen diese unterschiedlichen Perspektiven aufeinandertreffen.

Mathematisches Lernen vollzieht sich über institutionelle Grenzen hinweg. Kinder wechseln von der frühen Bildung in die Grundschule und von dort in unterschiedliche Bildungsgänge der Sekundarstufe. Jugendliche treten in die gymnasiale Oberstufe, eine berufliche Ausbildung oder ein Studium ein. Auch professionelle Lernbiografien überschreiten institutionelle Grenzen: vom Hochschulstudium über den Vorbereitungsdienst bis in die eigenverantwortliche Berufstätigkeit.

Mit jedem Übergang verändern sich fachliche Erwartungen, vertraute Darstellungen, verwendete Begriffe, Formen der Diagnose und der Grad der vorausgesetzten Selbstständigkeit. Übergänge sind jedoch nicht selbst die Ursache fehlender Basiskompetenzen. Sie sind kritische Entwicklungsstellen, an denen sichtbar wird, ob zuvor aufgebaute Vorstellungen, Fähigkeiten und Strategien unter veränderten Anforderungen erkannt, aktiviert und weiterentwickelt werden können.

Basiskompetenzen erschließen ihre Bedeutung deshalb nicht allein aus den Anforderungen einer bestimmten Jahrgangsstufe. Sie tragen Bildungsbiografien:

Basiskompetenzen sind fachliche Verstehensgrundlagen, Fähigkeiten und Strategien, die Lernen über institutionelle Grenzen hinweg anschlussfähig machen.

Damit werden Übergänge zu einem Kohärenztest:

Kohärenz zeigt sich daran, ob fachliches Lernen an Übergängen fortgesetzt werden kann oder institutionell immer wieder neu beginnen muss.

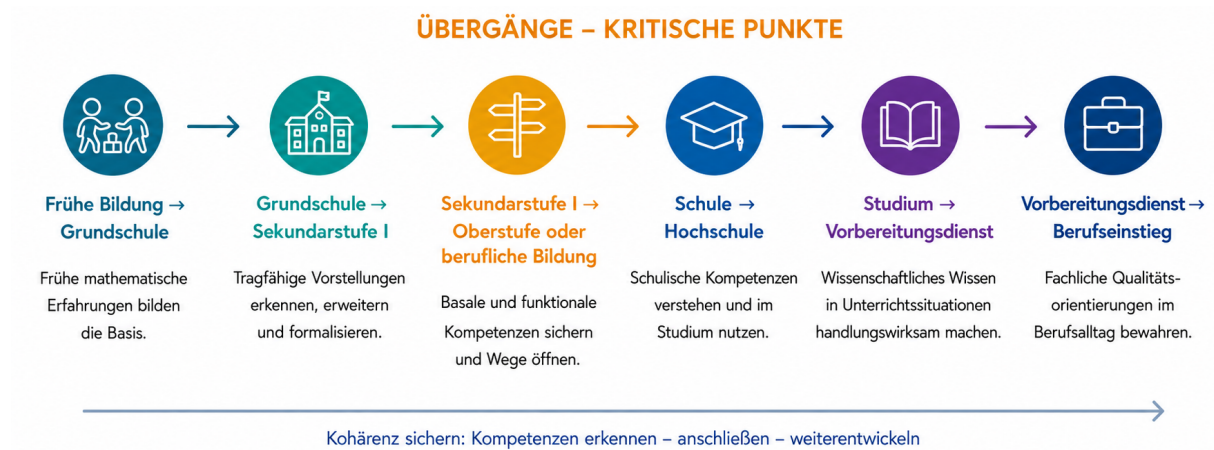


Abbildung 5.1: Übergänge als kritische Punkte mathematischer Bildungs- und Professionalisierungsbiografien

Die Abbildung gibt einen Überblick über die Übergänge entlang der mathematischen Bildungsbiografie. Im Mittelpunkt dieses Kapitels stehen drei fachliche Übergänge: von der Grundschule in die Sekundarstufe I, von der Sekundarstufe I in die gymnasiale Oberstufe sowie von der Schule in die Hochschule. Der Übergang vom Studium über den Vorbereitungsdienst in den Beruf wird ergänzend als professioneller Kohärenztest betrachtet.

5.1 Übergänge als Prüfung fachlicher Anschlussfähigkeit

An Übergängen treffen nicht lediglich zwei Institutionen aufeinander. Es begegnen sich unterschiedliche Erwartungs-, Deutungs- und Handlungssysteme. Unterschiede können sich insbesondere beziehen auf

- die vorausgesetzten fachlichen Kompetenzen,
- die verwendeten Fachbegriffe und Kompetenzbeschreibungen,
- vertraute Aufgaben- und Darstellungsformen,
- die Bedeutung von Selbstständigkeit und Formalisierung,
- diagnostische Instrumente und Beurteilungsmaßstäbe,
- sowie Zuständigkeiten für Förderung und Beratung.

Eine Kompetenz kann grundsätzlich vorhanden sein und dennoch in einer neuen Situation nicht aktiviert werden. Lernende erkennen beispielsweise eine mathematische Beziehung in einer vertrauten bildlichen Darstellung, aber nicht in einer formaleren symbolischen Schreibweise. Sie können ein Verfahren in einem bekannten Aufgabentyp ausführen, seine Bedeutung in einem neuen Zusammenhang aber nicht rekonstruieren.

Anschlussprobleme sind deshalb nicht ausschließlich als individuelle Defizite zu verstehen. Sie können auch daraus entstehen, dass aufnehmende Institutionen vorhandene Kompetenzen nicht erkennen, vertraute Darstellungen abrupt aufgeben oder Erwartungen voraussetzen, ohne sie fachlich transparent zu machen.



Kohärenz bedeutet nicht Gleichheit

Fachliche Anschlussfähigkeit verlangt nicht, dass alle Bildungsstufen dieselben Begriffe, Materialien oder Diagnoseinstrumente verwenden. Eine unveränderte Fortsetzung wäre weder möglich noch wünschenswert. Mathematische Begriffe, Darstellungen und Denkweisen müssen erweitert, verdichtet, vernetzt und zunehmend formalisiert werden.

Kohärenz bedeutet deshalb nicht Gleichförmigkeit, sondern eine nachvollziehbare fachliche Weiterentwicklung:

- Welche bisherige Vorstellung wird aufgegriffen?
- Welche Bedeutung bleibt erhalten?
- Welche neue Differenzierung kommt hinzu?
- Welche Darstellung wird erweitert oder formalisiert?
- Welche neue Anforderung an Selbstständigkeit entsteht?
- Wie wird sichtbar, ob Lernende den Übergang fachlich vollziehen können?

Das gemeinsame professionelle Interesse richtet sich somit auf die Frage:

Wie kann vorhandenes mathematisches Denken in einem neuen institutionellen und fachlichen Kontext erkannt, aktiviert und weiterentwickelt werden?

Gemeinsame Sprache und diagnostische Anschlussfähigkeit

Kohärente Übergangsgestaltung benötigt eine fachlich anschlussfähige Sprache. Damit ist kein einheitliches Formular und kein institutionsübergreifend identischer Beobachtungsbogen gemeint. Benötigt werden Kategorien, mit denen Lernprozesse über institutionelle Grenzen hinweg beschrieben und interpretiert werden können.

Dazu gehören insbesondere

- fachliche Verstehensgrundlagen,
- vorhandene Vorstellungen und Strategien,
- verwendete Darstellungen und Sprachmittel,
- typische Lernwege und Hürden,
- diagnostische Hypothesen,
- systematische Fehlermuster,
- vorhandene Ressourcen,
- nächste fachliche Lernschritte,
- adaptive Unterstützungen,
- und die Anschlussfähigkeit an nachfolgende Anforderungen.

Diagnostische Anschlussfähigkeit bedeutet deshalb mehr als die Weitergabe von Noten, Punktwerten oder allgemeinen Förderhinweisen. Solche Informationen bleiben für das weitere Lernen begrenzt, wenn nicht deutlich wird,



- welche Aufgaben und Anforderungen zugrunde lagen,
- welche Vorstellungen und Strategien sichtbar wurden,
- welche Unterstützung genutzt wurde,
- welche Deutungen noch hypothetisch sind,
- und woran das folgende Lernen fachlich anknüpfen kann.

Die leitende diagnostische Frage lautet nicht nur, was eine Lernende oder ein Lernender noch nicht kann, sondern:

Was ist bereits vorhanden, wie ist es fachlich zu deuten und welcher nächste Lernschritt wird dadurch möglich?

Dabei geht es ausdrücklich nicht um eine möglichst umfangreiche Weitergabe personenbezogener Daten. Entscheidend ist, dass Lehrkräfte und Institutionen über fachlich interpretierbare Kategorien verfügen und diagnostische Informationen innerhalb ihrer jeweiligen Reichweite angemessen nutzen können.

Übergänge und Bildungsgerechtigkeit

Übergänge stellen nicht für alle Lernenden dasselbe Risiko dar. Wer über tragfähige fachliche Grundlagen, unterstützende soziale Ressourcen und Vertrautheit mit institutionellen Erwartungen verfügt, kann neue Anforderungen eher selbstständig erschließen.

Bestehende fachliche, sprachliche und soziale Benachteiligungen können sich dagegen verstärken, wenn Voraussetzungen unausgesprochen bleiben und Unterstützung erst nach wiederholtem Scheitern einsetzt. Fehlende institutionelle Abstimmung erhöht dann die Bedeutung außerschulischer Übersetzungs- und Unterstützungsleistungen. Besonders gefährdet sind Lernende, deren Familien diese Leistungen nicht ohne Weiteres übernehmen können.

Die SWK verbindet die Gestaltung erfolgreicher Übergänge deshalb mit frühzeitiger Diagnose, gezielter fachlicher Förderung und einer Begleitung, die nicht an institutionellen Zuständigkeitsgrenzen abbricht (SWK, 2022, 2025).

Übergangsgestaltung ist damit nicht nur eine organisatorische Aufgabe. Sie ist eine Frage fachlicher Qualität und der Bildungsgerechtigkeit.

Für den Mathematikunterricht lässt sich Übergangsgestaltung als dreifache Aufgabe fassen: Basiskompetenzen müssen diagnostisch erschlossen und gesichert, Lernende an veränderte Anforderungen herangeführt und fachlich anschlussfähige Lernangebote gestaltet werden (Heinze & Bruder, 2015).

Bedingungen kohärenter Übergangsgestaltung

Aus diesen Überlegungen lassen sich sechs übergreifende Bedingungen ableiten. Sie bilden zugleich ein Prüfraster für die nachfolgenden Übergänge.



1. Fachliche Erwartungen transparent machen

Abgebende und aufnehmende Institutionen müssen wissen, welche fachlichen Grundlagen im folgenden Bildungsabschnitt benötigt werden. Implizite Erwartungen sollten in fachlich interpretierbare Beschreibungen übersetzt werden.

2. Vorhandene Kompetenzen diagnostisch erschließen

Aufnehmende Institutionen dürfen Voraussetzungen weder pauschal unterstellen noch alle Lernenden als Anfängerinnen und Anfänger behandeln. Vorhandene Vorstellungen und Strategien müssen sichtbar gemacht und als Ausgangspunkt genutzt werden.

3. Gemeinsame fachliche Kategorien entwickeln

Lehrkräfte verschiedener Bildungsstufen benötigen eine verständliche Sprache für Vorstellungen, Strategien, Darstellungen, Lernwege, Fehlermuster und nächste Entwicklungsschritte. Einheitliche Formulare sind dafür weder hinreichend noch in jedem Fall erforderlich.

4. Didaktische Kontinuität sichern

Begriffe, Darstellungen, Sprachmittel und Strategien müssen aufgegriffen und weiterentwickelt werden. Kontinuität bedeutet keine unveränderte Fortsetzung, sondern zunehmende Differenzierung, Vernetzung und Formalisierung.

5. Rekonstruktion mit aktuellem Weiterlernen verbinden

Nicht gesicherte Grundlagen dürfen weder ignoriert noch in vom aktuellen Curriculum abgekoppelte Wiederholungsprogramme ausgelagert werden. Sie müssen innerhalb gegenwärtiger Lerngegenstände reaktiviert und weiterentwickelt werden.

6. Verantwortung kooperativ wahrnehmen

Die abgebende Institution kann Grundlagen aufbauen, aber ihre spätere Aktivierung nicht garantieren. Die aufnehmende Institution muss Voraussetzungen diagnostisch prüfen und weiterentwickeln. Kohärenz entsteht durch geteilte Verantwortung, nicht durch wechselseitige Schuldzuweisung.

Diese Bedingungen markieren den Bezug zum Thema Basiskompetenzen: Übergänge gelingen, wenn fachliche Grundlagen nicht als abgeschlossene Lernpakete behandelt werden, sondern in neuen Zusammenhängen erkannt, reorganisiert und weiterentwickelt werden.



Übergang	Zentrale Anschlussfrage	Erforderliche Kohärenz
 Frühe Bildung → Grundschule	Welche mathematischen Erfahrungen bringen Kinder mit, und wie können sie fachlich weiterentwickelt werden?	Verständigung über frühe Zahl-, Mengen-, Muster-, Größen- und Raumerfahrungen
 Grundschule → Sekundarstufe I	Welche tragfähigen Vorstellungen liegen tatsächlich vor, und wie werden sie erweitert und formalisiert?	diagnostischer Anschluss, didaktische Kontinuität und anschlussfähiges Weiterlernen
 Sekundarstufe I → gymnasiale Oberstufe	Welche elementaren Vorstellungen tragen zunehmend abstraktes, formalisiertes und selbstständiges Lernen?	transparente Erwartungen, diagnostische Klärung vorausgesetzter Grundlagen und anschlussfähige Formalisierung
 Schule → Hochschule	Welche schulischen Kompetenzen werden für ein mathematikhaltiges Studium vorausgesetzt und in welcher Form benötigt?	transparente Erwartungen, diagnostischer Anschluss und fachlich eingebettete Unterstützung
 Studium → Vorbereitungsdienst	Wie wird wissenschaftliches Wissen in konkreten Unterrichtssituationen wahrnehmungs-, deutungs-, entscheidungs- und handlungswirksam?	situationsbezogene Nutzung wissenschaftlichen Wissens und theoriegeleitete Reflexion
 Vorbereitungsdienst → Berufseinstieg	Wie bleiben fachliche Qualitätsorientierungen unter den Bedingungen eigenverantwortlicher Berufstätigkeit wirksam?	reflexive Routinen, fachliche Kooperation und kontinuierliche berufsbegleitende Professionalisierung

Tabelle 5.1: Bildungs- und Professionalisierungsübergänge als Kohärenzaufgaben

Die Übersicht macht deutlich, dass nicht jeder Übergang im Rahmen dieses Papiers gleichermaßen ausführlich behandelt werden muss. Für die zentrale Argumentation sind zwei Übergänge besonders aufschlussreich:

1. der Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I als Beispiel eines fachlichen Anschlussproblems,
2. der Übergang vom Studium über den Vorbereitungsdienst in den Beruf als Beispiel eines professionellen Anschlussproblems.

An beiden Übergängen zeigt sich, ob Bildungsprozesse kumulativ weitergeführt oder institutionell unterbrochen werden.

5.2 Grundschule und Sekundarstufe I: Durchgängigkeit herstellen

Der Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I ist für den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen besonders bedeutsam. Die weiterführende Schule setzt unter anderem voraus, dass Schülerinnen und Schüler über tragfähige Zahl-, Stellenwert- und Operationsvorstellungen verfügen, grundlegende Verfahren verständig und zunehmend sicher nutzen und zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln können.

Die empirischen Befunde zeigen jedoch, dass diese Voraussetzungen bei einem erheblichen Teil der Kinder am Ende der Grundschule nicht hinreichend gesichert sind. Der IQB-Bildungstrend 2021 weist einen deutlichen Anteil von Viertklässlerinnen und Viertklässlern aus, die den mathematischen



Mindeststandard verfehlen. Der IQB-Bildungstrend 2024 zeigt zugleich, dass entsprechende Schwierigkeiten im Verlauf der Sekundarstufe nicht automatisch ausgeglichen werden (Stanat et al., 2022; Stanat et al., 2025).

Neue Inhalte greifen auf frühere Verstehensgrundlagen zurück

Die mathematischen Gegenstände der Sekundarstufe erscheinen neu, greifen jedoch auf frühere Vorstellungen zurück:

- Brüche erfordern Zahl-, Größen-, Anteils- und Operationsvorstellungen.
- Dezimalzahlen setzen ein tragfähiges Stellenwertverständnis voraus.
- Proportionale Zusammenhänge knüpfen an multiplikative Beziehungen an.
- Terme und Gleichungen greifen Operationsbeziehungen und ein relationales Verständnis von Gleichheit auf.
- Funktionales Denken entwickelt Vorstellungen von Abhängigkeit und Veränderung weiter.
- Algebraische Umformungen benötigen ein Verständnis der zugrunde liegenden Operationen und Beziehungen.

Fehlen solche Verstehensgrundlagen, besteht die Gefahr, dass auch neue Gegenstände auf symbolische Regeln und auswendig gelernte Verfahren reduziert werden. Fehler in aktuellen Inhalten sind dann nicht immer allein aus dem aktuellen Unterricht zu erklären. Sie können auf früher entstandene und bislang nicht bearbeitete Verständnisprobleme verweisen.

Die Präsentation *Bridging the Gap: Die Schnittstelle von der Primar- in die Sekundarstufe im Matheunterricht konsequent gestalten* verdeutlicht diese langfristige Wirkung an unterschiedlichen Beispielen. Nicht gesicherte Verstehensgrundlagen können über mehrere Jahrgangsstufen „mitgeschleppt“ werden und den Aufbau neuer Inhalte erheblich erschweren. Durchgängigkeit wird dort als Verbindung früherer Verstehensgrundlagen mit den Verstehenskernen aktueller Sekundarstufengegenstände gefasst (Wilks et al., 2024).

Am Beispiel der Multiplikation lässt sich diese Beziehung konkretisieren: Ein in der Primarstufe aufgebautes Operationsverständnis bildet eine Voraussetzung für ein weiterentwickeltes multiplikatives Verständnis in der Sekundarstufe. Erst auf dieser Grundlage können neue prozedurale Fertigkeiten nicht nur ausgeführt, sondern fachlich verstanden und flexibel eingesetzt werden.

Weder institutioneller Neustart noch ungebrochene Progression

Am Übergang sind zwei Verkürzungen zu vermeiden.

Die erste besteht darin, die Sekundarstufe als vollständigen Neustart zu behandeln und Inhalte der Grundschule pauschal zu wiederholen. Eine solche Praxis kann Lernende unterfordern, stigmatisieren und vom aktuellen fachlichen Weiterlernen abkoppeln. Sie berücksichtigt zudem nicht, dass Lernende über unterschiedliche Ressourcen und Schwierigkeiten verfügen.

Die zweite Verkürzung besteht in einer ungebrochenen curricularen Progression, die nicht gesicherte Voraussetzungen ignoriert. Dann werden neue Verfahren eingeführt, obwohl ihre fachlichen



Grundlagen fehlen. Der Unterricht schreitet formal voran, ohne dass alle Lernenden fachlich folgen können.

Anschlussfähiger Unterricht verbindet deshalb Diagnose, Rekonstruktion und Weiterlernen:

Er rekonstruiert nicht gesicherte Grundlagen innerhalb des aktuellen fachlichen Lerngegenstands.

Der Aufbau von Bruchvorstellungen kann zugleich Einblicke in Zahl-, Teilungs-, Größen- und Operationsvorstellungen eröffnen. Algebraische Aufgaben können genutzt werden, um das Gleichheitsverständnis und die Bedeutung von Rechenoperationen erneut sichtbar zu machen. Die Arbeit mit proportionalen Zusammenhängen kann vorhandene multiplikative Vorstellungen diagnostisch erschließen und weiterentwickeln.

Ein fachlich begründeter Schritt zurück kann damit einen großen Schritt nach vorn ermöglichen. *Bridging the Gap* formuliert entsprechend, dass Verstehensgrundlagen der Primarstufe als Verstehenskerne für das Lernen in den Sekundarstufen unverzichtbar bleiben (Wilks et al., 2024).

Darstellungen und Sprache durchgängig weiterentwickeln

Der Übergang wird erschwert, wenn Grundschule und Sekundarstufe unterschiedliche Darstellungen und Begriffe verwenden, ohne ihre Beziehungen zu klären. Zahlenstrahl, Punktfeld, Stellenwertmaterial oder Flächenmodell dürfen mit dem Schulwechsel nicht ihre fachliche Bedeutung verlieren.

Durchgängigkeit bedeutet jedoch nicht, dieselben Materialien unverändert fortzuführen. Darstellungen müssen erweitert, verdichtet und zunehmend formalisiert werden. Die aufnehmende Schulform sollte deshalb wissen,

- welche Darstellungen zuvor verwendet wurden,
- welche Bedeutungen damit aufgebaut werden sollten,
- welche Beziehungen zwischen den Darstellungen thematisiert wurden,
- welche Übergänge zur symbolischen Darstellung bereits erfolgt sind,
- und wie diese Darstellungen für aktuelle Gegenstände weiterentwickelt werden können.

Entsprechendes gilt für Sprache. Neue Fachbegriffe dürfen nicht beziehungslos neben vertraute Formulierungen treten. Sprachliche Verdichtung muss fachliche Bedeutungen präzisieren, darf vorhandene Vorstellungen aber nicht unsichtbar machen.

Konsequenzen für Fachleitungen und LAA

Der Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I ist nicht nur eine Aufgabe der unmittelbar beteiligten Schulen. Er ist ein Gegenstand lehramtsübergreifender Professionalisierung.

Fachleitungen des Grundschullehramts müssen mit LAA klären,

- welche frühen Vorstellungen langfristig tragend sind,



- wie Darstellungen und Sprachmittel anschlussfähig aufgebaut werden,
- und welche späteren fachlichen Anforderungen bereits in der Grundschule vorbereitet werden.

Fachleitungen der Sekundarstufenlehrämter müssen LAA dazu befähigen,

- vorhandene Grundlagen nicht lediglich vorauszusetzen,
- frühere Darstellungen fachlich zu verstehen,
- aktuelle Schwierigkeiten auf zugrunde liegende Vorstellungen zu beziehen,
- und Rekonstruktion mit dem laufenden Curriculum zu verbinden.

Lehramtsübergreifende Zusammenarbeit kann dazu beitragen,

- Aufgaben und Schülerprodukte gemeinsam zu analysieren,
- unterschiedliche Begriffe und Darstellungen zu übersetzen,
- Erwartungen an den Übergang transparent zu machen,
- und typische Brüche in fachlichen Lernwegen zu erkennen.

Die gemeinsame Verantwortung lässt sich pointiert zusammenfassen:

Die Grundschule baut tragfähige Grundlagen auf. Die Sekundarstufe greift sie diagnostisch auf, reaktiviert, erweitert und formalisiert sie.

Diese Arbeitsteilung ist nicht scharf. Auch die Grundschule diagnostiziert und erweitert; auch die Sekundarstufe baut Grundlagen neu auf. Der Satz markiert vielmehr die unterschiedlichen Akzente innerhalb einer gemeinsamen Bildungsbiografie.

5.3 Von der Sekundarstufe I über die Oberstufe zur Hochschule: steigende Anforderungen anschlussfähig gestalten

Mit dem Ende der Sekundarstufe I ist die Frage nach Basiskompetenzen nicht abgeschlossen. Die folgenden Bildungsabschnitte stellen höhere Anforderungen an Abstraktion, Formalisierung, Selbstständigkeit und flexible Wissensnutzung. Gerade deshalb bleiben tragfähige fachliche Grundlagen bedeutsam.

Von der Sekundarstufe I in die gymnasiale Oberstufe

Der Übergang in die gymnasiale Oberstufe vollzieht sich in unterschiedlichen institutionellen Konstellationen. Schülerinnen und Schüler wechseln innerhalb eines Gymnasiums in die Oberstufe, treten aus Real-, Sekundar- oder anderen Schulen in die gymnasiale Oberstufe eines Gymnasiums oder einer Gesamtschule ein oder setzen ihre Laufbahn innerhalb einer Gesamtschule fort.

Auch wenn der institutionelle Wechsel unterschiedlich ausgeprägt ist, verändert sich die fachliche Anforderung deutlich. Mathematische Gegenstände werden stärker vernetzt, formalisiert und in



längeren Argumentations- und Modellierungsprozessen bearbeitet. Zugleich steigt der Grad der vorausgesetzten Selbstständigkeit.

Für erfolgreiches Weiterlernen werden insbesondere benötigt:

- flexible Zahl- und Operationsvorstellungen,
- algebraische Sicherheit auf der Grundlage relationalen Verständnisses,
- tragfähige Vorstellungen von Variablen und Termen,
- ein Verständnis funktionaler Abhängigkeiten,
- die Vernetzung von Tabelle, Graph, Term, Sprache und Kontext,
- der Umgang mit Größen und Messprozessen,
- sowie Fähigkeiten des Argumentierens, Modellierens und Problemlösens.

Die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife knüpfen mit den Leitideen Algorithmus und Zahl, Messen, Raum und Form, funktionaler Zusammenhang sowie Daten und Zufall an längerfristige mathematische Entwicklungsprozesse an. Diese Leitideen beginnen nicht erst in der Oberstufe. Sie werden dort in anspruchsvolleren und stärker formalisierten Zusammenhängen weiterentwickelt (KMK, 2012).

Der Übergang ist deshalb kein Wechsel von elementarer zu „eigentlich anspruchsvoller“ Mathematik. Er prüft vielmehr, ob elementare Vorstellungen in abstrakteren Zusammenhängen flexibel aktiviert werden können.

Dies betrifft beispielsweise

- die Nutzung von Funktionsvorstellungen für Analysis,
- die Verbindung algebraischer und grafischer Zugänge,
- die Interpretation von Änderungsraten,
- das Verständnis von Gleichungen als Beziehungen,
- die Nutzung räumlich-geometrischer Vorstellungen in der analytischen Geometrie,
- und tragfähige Vorstellungen von Wahrscheinlichkeit und Variabilität.

Fehlen diese Grundlagen, kann Oberstufenmathematik äußerlich anspruchsvoll, fachlich aber weitgehend schematisch bleiben. Lernende wenden dann Verfahren an, ohne ihre Bedeutung zu verstehen oder sie auf neue Situationen übertragen zu können.

Anschlussfähigkeit für unterschiedliche Bildungsgänge

Der Eintritt in die gymnasiale Oberstufe macht außerdem sichtbar, dass Bildungswege nicht geradlinig und lehramtsrein verlaufen. Schülerinnen und Schüler aus unterschiedlichen Bildungsgängen lernen dort gemeinsam. Die Qualität ihrer Vorbereitung kann deshalb nicht allein aus der besuchten Schulform abgeleitet werden.

Für Fachleitungen der Lehrämter HRSGe und GyGe ergibt sich daraus eine gemeinsame Verantwortung:



- Welche fachlichen Voraussetzungen werden am Ende der Sekundarstufe I tatsächlich aufgebaut?
- Welche davon werden in der Oberstufe benötigt?
- Welche Unterschiede bestehen zwischen den Bildungsgängen?
- Wie können vorhandene Kompetenzen sichtbar gemacht werden?
- Wie werden Lücken bearbeitet, ohne Lernende dauerhaft vom Oberstufencurriculum abzukoppeln?

Übergangsgestaltung verlangt hier keine vollständige Angleichung der Sekundarstufen-I-Curricula. Sie verlangt Transparenz über erwartete Grundlagen und diagnostische Möglichkeiten zu Beginn der Oberstufe.

Von der Schule in die Hochschule

Der Übergang von der Schule in die Hochschule ist ein weiterer zentraler Kohärenztest. Er betrifft nicht nur ein Mathematikstudium. Mathematische Lernvoraussetzungen sind für zahlreiche naturwissenschaftliche, technische, informatische und wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge bedeutsam.

Die Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule wurde gemeinsam von der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und dem Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts eingerichtet. Sie bündelt Expertise aus Schule, Hochschule und Mathematikdidaktik und entwickelt Empfehlungen zur fachlichen Gestaltung dieser Schnittstelle (Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule von DMV, GDM und MNU, 2019).

Der Übergang ist seit Langem Gegenstand intensiver Diskussionen, weil viele Studienanfängerinnen und Studienanfänger Schwierigkeiten haben, schulisch erworbene Mathematik unter veränderten Anforderungen zu nutzen. Hohe Abbruchquoten in mathematikhaltigen Studiengängen werden dabei häufig mit unzureichenden mathematischen Lernvoraussetzungen in Verbindung gebracht. Eine monokausale Erklärung wäre jedoch zu kurz gegriffen: Studienerfolg hängt ebenso von Studienbedingungen, Beratung, Selbstregulation und weiteren persönlichen und institutionellen Faktoren ab.

Deeken, Neumann und Heinze untersuchten in einer Delphi-Studie, welche mathematischen Voraussetzungen Hochschullehrende von Studienanfängerinnen und Studienanfängern in MINT-Fächern erwarten. Die identifizierten Voraussetzungen beziehen sich nicht nur auf mathematische Inhalte, sondern auch auf mathematische Prozesse, Vorstellungen vom Wesen der Mathematik und personale Merkmale. Bemerkenswert ist, dass die erwarteten fachlichen Voraussetzungen überwiegend auf einem grundlegenden Niveau liegen und nicht vorrangig hochgradig formale oder abstrakte Kenntnisse betreffen (Deeken, Neumann & Heinze, 2020).

Eine 2026 veröffentlichte Befragung von Fachleitungen als Expertenlehrkräften zeigt eine zusätzliche Spannung: Die meisten von Hochschullehrenden erwarteten Lernvoraussetzungen werden von den Befragten grundsätzlich als im schulischen Unterricht förderbar eingeschätzt. Zugleich sehen sie nur



wenige dieser Voraussetzungen bei mindestens der Hälfte der Abiturientinnen und Abiturienten als sicher realisiert an (Deeken, Neumann & Heinze, 2026).

Für das Thema Basiskompetenzen ist dieser Befund besonders relevant. Die Schwierigkeiten am Übergang entstehen offenbar nicht nur dadurch, dass Hochschulen hochspezialisierte Inhalte erwarten, die Schule nicht vermitteln kann. Kritisch wird vielmehr die sichere und flexible Verfügbarkeit grundlegender mathematischer Vorstellungen, Fertigkeiten und Strategien.

Dazu gehören beispielsweise

- der verständige Umgang mit Zahlen, Termen und Gleichungen,
- die Nutzung funktionaler Zusammenhänge,
- die Interpretation mathematischer Darstellungen,
- das Argumentieren und Begründen,
- die Bearbeitung mehrschrittiger Probleme,
- sowie die selbstständige Überprüfung und Weiterentwicklung eigener Lösungswege.

Veränderte Anforderungen sichtbar machen

Die Hochschule verwendet teilweise dieselben mathematischen Begriffe wie die Schule, erwartet aber andere Formen ihrer Nutzung. Ein Begriff muss stärker formal eingeordnet, ein Verfahren begründet, eine Darstellung selbstständig erzeugt oder ein Zusammenhang unter ungewohnten Bedingungen erkannt werden.

Der Übergang scheitert deshalb nicht ausschließlich an fehlenden Einzelkenntnissen. Er wird kritisch, wenn schulisch erworbene Kompetenzen

- nur an vertraute Aufgabentypen gebunden sind,
- nicht flexibel aktiviert werden können,
- überwiegend prozedural und ohne tragfähige Vorstellungen verfügbar sind,
- oder bei erhöhten Anforderungen an Selbstständigkeit und Formalisierung zusammenbrechen.

Kohärente Übergangsgestaltung verlangt Beiträge beider Seiten.

Die Schule muss mathematische Grundlagen so aufbauen, dass sie nicht nur für Prüfungen, sondern auch für nachfolgendes Lernen tragfähig sind. Die Hochschule muss ihre Erwartungen transparent machen, vorhandene Voraussetzungen diagnostisch erschließen und Unterstützungsangebote fachlich mit den Anforderungen der Studiengänge verbinden.

Vorkurse, Brückenkurse und Eingangstests können dabei hilfreich sein. Sie lösen das Übergangsproblem jedoch nicht allein. Werden sie ausschließlich als nachträgliche Reparatur verstanden, bleibt die institutionelle Arbeitsteilung unangetastet. Nachhaltiger ist ein fachlicher Austausch darüber,

- welche Grundlagen tatsächlich benötigt werden,
- wie sie schulisch aufgebaut werden können,



- wie Hochschulen an unterschiedliche Lernvoraussetzungen anschließen,
- und welche Begriffe, Aufgaben und Darstellungen an der Schnittstelle besonders erklärungsbedürftig sind.

Die zentrale Aussage lautet:

Mathematische Studierfähigkeit beruht nicht allein auf mehr Stoff, sondern auf tragfähigen, sicher verfügbaren und flexibel nutzbaren Grundlagen.

5.4 Professionelle Übergänge: Studium, Vorbereitungsdienst und Berufseinstieg

Neben den fachlichen Bildungsübergängen besitzt auch die Professionalisierungsbiografie von Lehrkräften Übergangsstellen. Für das vorliegende Papier ist vor allem der Übergang vom Hochschulstudium in den Vorbereitungsdienst bedeutsam. Der Übergang in den Berufseinstieg wird als anschließende Entwicklungsphase berücksichtigt, auch wenn die institutionellen Handlungsmöglichkeiten des ZfsL dort begrenzt sind.

Vom Studium in den Vorbereitungsdienst

Im Hochschulstudium stehen der Erwerb fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen und bildungswissenschaftlichen Wissens sowie erste reflexive und schulpraktische Erfahrungen im Mittelpunkt. Im Vorbereitungsdienst muss dieses Wissen in konkreten, komplexen und verantwortungsbehafteten Handlungssituationen genutzt und weiterentwickelt werden.

Nun reicht es nicht mehr aus, mathematische Inhalte selbst zu verstehen. LAA müssen erkennen können,

- welche Vorstellungen Lernende benötigen,
- wie Lernstände und Denkwege diagnostisch erschlossen werden,
- welche Aufgaben mathematisches Denken anregen,
- wie Darstellungen und Sprache Verständnis unterstützen,
- welche Hilfen fachlich sinnvoll sind,
- und wie Lernprozesse langfristig weitergeführt werden können.

Die Perspektivverschiebung lautet:

Nicht nur: Welche fachlichen Grundlagen beherrsche ich selbst?

Sondern: Kann ich erkennen und unterstützen, welche Grundlagen Lernende für ihren nächsten Lernschritt benötigen?

Der Übergang ist nicht als einfache Anwendung universitärer Theorie auf schulische Praxis zu verstehen. Unterrichtssituationen sind dynamisch, mehrdeutig und nur begrenzt planbar. Wissen muss deshalb wahrnehmungs-, deutungs-, entscheidungs- und handlungswirksam werden.



Felix Kleins doppelte Diskontinuität

Bereits Felix Klein beschrieb ein grundlegendes Kohärenzproblem der Mathematik Lehrkräftebildung als **doppelte Diskontinuität**. Lehramtsstudierende erleben zunächst einen Bruch zwischen der ihnen vertrauten Schulmathematik und der universitären Mathematik. Beim Übergang in den Lehrberuf treffen sie erneut auf Schulmathematik, ohne dass deren Verhältnis zur universitär erlernten Mathematik hinreichend geklärt wurde (Klein, 1908; Ableitinger, Kramer & Prediger, 2013).

Kleins Diagnose bezieht sich nicht unmittelbar auf die heutige institutionelle Dreiphasigkeit von Studium, Vorbereitungsdienst und Beruf. Sie macht aber ein bis heute relevantes Problem sichtbar: Fachwissenschaftliches Wissen wird nicht automatisch professionsbezogen, und schulische Praxis gewinnt nicht automatisch durch den Rückgriff auf wissenschaftliches Wissen an Qualität. Neuere Arbeiten greifen dieses Problem weiterhin als zentrale Herausforderung der Mathematik Lehrkräftebildung auf.

Der Vorbereitungsdienst besitzt an dieser Schnittstelle eine eigene Funktion. Er darf das Hochschulstudium weder wiederholen noch als praxisfern abwerten. Seine Aufgabe besteht darin, wissenschaftliches Wissen auf konkrete fachliche Lernprozesse zu beziehen, in Handlungssituationen zu erproben und theoriegeleitet zu reflektieren.

Vom Vorbereitungsdienst in den Beruf

Mit dem Eintritt in die eigenverantwortliche Berufstätigkeit verändern sich Umfang, Gleichzeitigkeit und Dauerhaftigkeit der Anforderungen. Neu eingestellte Lehrkräfte tragen kontinuierlich Verantwortung für mehrere Lerngruppen, Leistungsbewertung, Förderung, Klassenführung, Beratung, Kooperation und schulische Entwicklungsaufgaben.

Der Berufseinstieg ist deshalb keine bloße Fortsetzung des Vorbereitungsdienstes. Er stellt eine eigene berufsbiografische Entwicklungsphase und eine Gelenkstelle zwischen Ausbildung und Weiterbildung dar (Keller-Schneider & Hericks, 2017).

Für das Thema Basiskompetenzen ist entscheidend, ob die im Vorbereitungsdienst entwickelten Orientierungen unter dem Handlungsdruck des Berufsalltags wirksam bleiben:

- Werden Lernstände weiterhin fachlich diagnostiziert?
- Werden Fehlermuster rekonstruiert oder nur korrigiert?
- Bleiben Verstehensorientierung und Durchgängigkeit leitende Prinzipien?
- Werden Förderentscheidungen fachlich begründet?
- Wird Unterricht kumulativ oder überwiegend von Stunde zu Stunde geplant?
- Gibt es kollegiale fachliche Kooperation oder überwiegend individuelles Einzelhandeln?

Unter Zeitdruck können Routinen entstehen, die kurzfristig entlasten, fachliche Tiefenstrukturen aber in den Hintergrund drängen. Berufseinstiegsbegleitung sollte deshalb nicht ausschließlich organisatorische und allgemeinpädagogische Fragen behandeln, sondern auch fachbezogene Entwicklungsprozesse unterstützen.



Die Möglichkeiten des ZfsL, Lehrkräfte nach Abschluss des Vorbereitungsdienstes systematisch weiterzubegleiten, sind begrenzt. Umso wichtiger ist es, im Vorbereitungsdienst reflexive Routinen, fachliche Kooperationsformen und eine Bereitschaft zum kontinuierlichen professionellen Lernen anzubahnen.

Professionelle Anschlussfähigkeit

Die drei Phasen besitzen unterschiedliche Funktionen:

- Das Studium eröffnet systematische wissenschaftliche Zugänge.
- Der Vorbereitungsdienst entwickelt deren situationsbezogene Nutzung im schulischen Handlungsfeld.
- Berufseinstieg und Fortbildung führen professionelles Lernen unter den Bedingungen eigenverantwortlicher Praxis weiter.

Kohärenz verlangt nicht, dass alle Phasen dieselben Lerngelegenheiten anbieten. Sie verlangt, dass jede Phase die vorausgehenden Erfahrungen aufgreift und auf die nachfolgenden Anforderungen vorbereitet.

Für den Vorbereitungsdienst bedeutet dies insbesondere:

Er darf keinen institutionellen Neustart erzeugen, sondern muss wissenschaftliches Wissen, schulpraktische Erfahrungen und professionelle Entwicklungsaufgaben anschlussfähig miteinander verbinden.

Zwischenfazit

Übergänge unterbrechen institutionelle Zuständigkeiten, dürfen fachliches und professionelles Lernen aber nicht unterbrechen.

Basiskompetenzen sind keine abgeschlossenen Lernpakete, die von einer Institution an die nächste übergeben werden können. Sie müssen in neuen Zusammenhängen aktiviert, erweitert, reorganisiert und zunehmend formalisiert werden.

Die untersuchten Übergänge stellen dabei unterschiedliche Anforderungen:

- Am Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I müssen frühe Verstehensgrundlagen in aktuellen Lerngegenständen diagnostisch erschlossen und weiterentwickelt werden.
- Am Übergang in die gymnasiale Oberstufe müssen elementare Vorstellungen abstrakter, vernetzter und selbstständiger genutzt werden.
- Am Übergang in die Hochschule muss sich zeigen, ob schulisch erworbene Kompetenzen unter veränderten Anforderungen flexibel verfügbar sind.
- Am Übergang vom Studium in den Vorbereitungsdienst muss wissenschaftliches Wissen wahrnehmungs-, deutungs-, entscheidungs- und handlungswirksam werden.

Die Kernaussage dieses Kapitels lautet:



Basiskompetenzen bewähren sich daran, ob sie Lernen über institutionelle Grenzen hinweg tragen. Übergänge gelingen, wenn Erwartungen transparent, vorhandene Kompetenzen diagnostisch erschlossen, Begriffe und Darstellungen durchgängig weiterentwickelt und Verantwortlichkeiten geteilt werden. Kohärenz bedeutet dabei nicht Gleichheit, sondern fachlich begründete Anschlussfähigkeit.

Die Betrachtung des Übergangs vom Studium in den Vorbereitungsdienst eröffnet zugleich die weiterführende Frage des folgenden Kapitels: Basiskompetenzen sind dort nicht mehr nur Gegenstand des Lernens von Schülerinnen und Schülern. Sie werden zum Gegenstand professioneller Wahrnehmung, Diagnose und Gestaltung.

Damit richtet sich Kapitel 6 auf die Verbindung beider Ebenen:

Die Betrachtung des Übergangs vom Studium in den Vorbereitungsdienst führt damit zu einer ausbildungsdidaktischen Frage: Wie können mathematische Basiskompetenzen im Vorbereitungsdienst zu einem wiederkehrenden fachlichen Gegenstand werden, an dem LAA ihre Wahrnehmungs-, Deutungs-, Entscheidungs- und Reflexionsfähigkeit zunehmend selbstständig entwickeln?



Kapitel 6

Mathematische Basiskompetenzen im Vorbereitungsdienst verankern

Die bisherigen Kapitel haben geklärt, was mathematische Basiskompetenzen sind, warum sie für langfristiges Weiterlernen bedeutsam sind und welche lehramtsspezifischen Anforderungen sich aus ihrem Aufbau ergeben. Damit stellt sich nun die ausbildungsdidaktische Frage:

Wie können mathematische Basiskompetenzen so in den Vorbereitungsdienst integriert werden, dass sie nicht nur Gegenstand einer einzelnen Seminarsitzung, sondern zu einem roten Faden der fachlichen Ausbildung werden?

Eine additive Lösung greift zu kurz. Es genügt nicht, Diagnosematerialien vorzustellen, einzelne Förderprogramme zu behandeln oder einen Ausbildungstag mit „Basiskompetenzen“ zu überschreiben. Strukturelle Verankerung entsteht erst, wenn die Frage nach den fachlichen Grundlagen weiteren Lernens in unterschiedlichen Ausbildungssituationen wiederkehrt: bei der Aufgabenanalyse, der Unterrichtsplanung, der Diagnose von Schülerdenken, der Gestaltung von Unterstützung, der Unterrichtsbeobachtung und der Reflexion.

Das Kapitel folgt zunächst einer induktiven Bewegung. Ausgangspunkt sind fachlich ergiebige, didaktisch aufbereitete Unterrichtssituationen. An ihnen entwickeln LAA gemeinsame Kategorien für die Analyse mathematischen Lernens. Anschließend werden eigene Unterrichtssituationen zum Gegenstand der Reflexion. Aus ihnen können individuelle Entwicklungsfoki entstehen, die über unterschiedliche Lernorte und Ausbildungsformate hinweg weiterbearbeitet werden.

Die leitende Ausbildungsmaxime lautet dabei: **Befähigen statt belehren.**

LAA sollen nicht lernen, vorgegebene Deutungen oder Unterrichtslösungen zu reproduzieren. Sie sollen zunehmend selbstständig

- fachlich bedeutsame Situationen erkennen,
- Schülerdenken rekonstruieren,
- unterschiedliche Handlungsoptionen entwickeln,



- Entscheidungen begründen,
- deren Wirkungen überprüfen
- und weitere Entwicklungsschritte ableiten.

Diese Ausrichtung greift den Gedanken der Emanzipation auf. Für den Mathematikunterricht bezeichnet Emanzipation die Fähigkeit, Aussagen nicht lediglich autoritativ übernehmen zu müssen, sondern selbst zu denken, zu prüfen und zu begründen. Guter Unterricht orientiert sich nicht an der unhinterfragten Autorität der Lehrperson, sondern am besseren Argument (Schmidt, 2018).

Auf die Fachseminararbeit übertragen bedeutet dies:

Gute Ausbildung stärkt die fachlich begründete Selbstständigkeit der LAA. Sie bietet so viel Unterstützung wie nötig und eröffnet so viel eigenverantwortliches Denken und Handeln wie möglich.

Dies entspricht zugleich dem institutionellen Auftrag des Vorbereitungsdienstes. Die OVP 2026 beschreibt LAA als eigenverantwortlich Lernende und richtet die Ausbildung auf den Kompetenzerwerb in allen Handlungsfeldern aus. Die Ausbildungsprogramme sollen nachvollziehbar machen, wann und wie die Konkretionen des Kerncurriculums bearbeitet werden, und auch Aussagen zur Arbeit in Professionellen Lerngemeinschaften und zur kollegialen Fallberatung enthalten (MSB NRW, 2026, §§ 1, 16).

6.1 Das fachdidaktische Fundament: Reichhaltige Situationen mit Jobs und QuaMath-Prinzipien erschließen

Die Auseinandersetzung mit mathematischen Basiskompetenzen sollte frühzeitig in der Fachseminararbeit angelegt werden. LAA können in ihrem eigenen Unterricht nur wahrnehmen, was ihnen als fachliche und fachdidaktische Kategorie zugänglich ist. Wer beispielsweise nicht geklärt hat, wodurch sich ein tragfähiges Stellenwert-, Operations-, Bruch- oder Funktionsverständnis auszeichnet, kann entsprechende Vorstellungen in Schüleräußerungen kaum zuverlässig erkennen.

Der Beginn im Fachseminar erfüllt deshalb drei Funktionen:

- Er schafft einen gemeinsamen fachlichen Referenzrahmen.
- Er entwickelt eine Sprache für Schülerdenken, Lernwege und fachliche Qualität.
- Er bereitet die selbstständige Analyse eigener Unterrichtssituationen vor.

Aufbereitete Fälle als geschützter Ausgangspunkt

Als Ausgangsmaterial eignen sich Situationen aus QuaMath, PIKAS, *Mathe sicher können*, MaCo und weiteren DZLM-Projekten ebenso wie Unterrichtsvideos, diagnostische Gespräche, Schülerprodukte oder dokumentierte Unterrichtsverläufe.



Didaktisch aufbereitete Fälle besitzen gegenüber eigenen Unterrichtssituationen zunächst einen Vorteil: Sie können fachlich fokussiert werden, ohne dass gleichzeitig die Bewertung der eigenen Person im Raum steht. Die Aufmerksamkeit richtet sich zunächst auf die Sache:

- Welche mathematische Basiskompetenz ist berührt?
- Welche Vorstellungen oder Strategien werden sichtbar?
- Welche fachlichen Beziehungen sind für das weitere Lernen tragend?
- Welche Deutungen der Schüleräußerung sind möglich?
- Welche zusätzlichen Informationen werden benötigt?
- Welche Handlungsmöglichkeiten stehen der Lehrkraft offen?

Die Materialien dienen dabei nicht als Musterlösungen. Sie sollen nicht zeigen, welches Vorgehen übernommen werden muss, sondern eine selbstständige Analyse ermöglichen. Der Wert eines Falles liegt gerade darin, dass Wahrnehmungen, Deutungen und Entscheidungen nicht selbstverständlich sind, sondern begründet werden müssen.

Auch sorgfältig entwickelte Unterrichtsmaterialien können fachdidaktische Expertise nicht ersetzen. Ihre lernwirksame Nutzung hängt davon ab, ob Lehrkräfte den fachlichen Kern, die Lernvoraussetzungen und die Funktion einzelner Aufgaben, Darstellungen oder Unterstützungen erfassen können (Prediger et al., 2024).

Die fünf fachdidaktischen Jobs

QuaMath fasst wiederkehrende fachdidaktische Anforderungssituationen in fünf **Jobs** zusammen:

1. Lernziele setzen und Lernpfade konzipieren,
2. Aufgaben und Medien auswählen und adaptieren,
3. Lernstände und Lernprozesse diagnostizieren und beurteilen,
4. Lernprozesse unterstützen und fördern,
5. gemeinsame Gespräche moderieren.

Die Jobs bezeichnen keine einzelnen Methoden und auch keine chronologische Unterrichtsplanung. Sie markieren wiederkehrende Anforderungen, die Lehrkräfte in wechselnden Situationen bewältigen müssen. Fachliches und fachdidaktisches Wissen dient dabei als Denk- und Wahrnehmungskategorie; Qualitätsprinzipien übernehmen die Funktion handlungsleitender Orientierungen (Prediger et al., 2024).

Für die Analyse einer Situation lautet die erste Frage daher:

Welcher fachdidaktische Job muss hier bewältigt werden?

Eine unerwartete Schülerlösung kann beispielsweise zunächst den Job des Diagnostizierens betreffen. Aus der Deutung ergeben sich anschließend Entscheidungen über Lernziele, Aufgaben, Unterstützung oder die Moderation eines gemeinsamen Gesprächs. Mehrere Jobs können somit in derselben Situation zusammenwirken.



Die QuaMath-Prinzipien als Qualitätsorientierungen

Die Jobs bestimmen, **welche Anforderung** bewältigt werden muss. Die fünf QuaMath-Prinzipien präzisieren, **mit welcher fachlichen Qualität** dies geschehen soll:

- Durchgängigkeit,
- Verstehensorientierung,
- Lernendenorientierung und Adaptivität,
- kognitive Aktivierung,
- Kommunikationsförderung.

Die Prinzipien bilden einen überschaubaren gemeinsamen Rahmen, der in unterschiedlichen Jahrgangsstufen, Inhaltsbereichen und Modulen mit wechselnden Schwerpunkten genutzt werden kann. Gerade diese verbindliche Begrenzung soll einer Fragmentierung von Unterrichts- und Professionalisierungsangeboten entgegenwirken (Prediger et al., 2022; Holzäpfel et al., 2024; Prediger et al., 2024).

Für die Fallanalyse ergeben sich damit zwei aufeinander bezogene Fragen:

Welcher Job muss bewältigt werden?

und:

Welche QuaMath-Prinzipien sind für seine lernwirksame Bewältigung besonders bedeutsam?

Beim Job „Lernstände und Lernprozesse diagnostizieren und beurteilen“ kann beispielsweise untersucht werden, ob lediglich Oberflächenwissen abgefragt oder eine fachliche Verstehensgrundlage erschlossen wird. Beim Unterstützen eines Lernprozesses ist zu prüfen, ob eine Hilfe Denken ermöglicht oder die entscheidende Denkhandlung ersetzt. Bei der Moderation eines Gesprächs stellt sich die Frage, ob unterschiedliche Darstellungen und Strategien lediglich gesammelt oder fachlich aufeinander bezogen werden.

Aus der Verbindung der fünf Jobs mit den fünf Prinzipien entsteht der 5×5-QuaMath-Rahmen. Seine Felder können durch gegenstandsspezifische Kernpraktiken gefüllt werden. Beispiele aus *Mathe sicher können* zeigen etwa, wie Verstehensgrundlagen diagnostiziert, Lernende zum Denken angeregt oder Darstellungen in mathematischen Gesprächen vernetzt werden können (Prediger et al., 2024).

Der Rahmen erfüllt für den Vorbereitungsdienst zwei Funktionen:

Er strukturiert die Analyse typischer Unterrichtsanforderungen und verhindert zugleich, dass fachliche Qualität auf einzelne Methoden oder sichtbare Unterrichtsmerkmale reduziert wird.



	 Verstehens-orientierung	 Durch-gängigkeit	 Lernenden-orientierung & Adaptivität	 Kognitive Aktivierung	 Kommunika-tionsförderung
 1. Lernziele setzen und Lernpfade konzipieren	☐	☐	☐	☐	☐
 2. Aufgaben und Medien auswählen und adaptieren	☐	☐	☐	☐	☐
 3. Lernstände und Lernprozesse diagnostizieren und beurteilen	☐	☐	☐	☐	☐
 4. Lernprozesse unterstützen und fördern	☐	☐	☐	☐	☐
 5. gemeinsame Gespräche moderieren	☐	☐	☐	☐	☐

Abbildung 6.1: Jobs und Qualitätsprinzipien im 5x5-QuaMath-Rahmen - nach Prediger et al. 2024

Curriculare Verortung

Die Arbeit an mathematischen Basiskompetenzen ist kein zusätzlicher Auftrag neben dem Kerncurriculum. Sie konkretisiert zentrale Anforderungen insbesondere des Handlungsfeldes U:

Unterricht für heterogene Lerngruppen gestalten und Lernprozesse nachhaltig anlegen.

Dazu gehören unter anderem,

- Lehr- und Lernausgangslagen diagnostisch zu erfassen und bei der Gestaltung von Lernprozessen zu berücksichtigen,
- kompetenzorientierte Lernziele begründet festzulegen,
- Medien und Materialien adressatengerecht und lernförderlich auszuwählen und einzusetzen,
- Lernprozesse fach- und sachgerecht, sprachbildend und kognitiv aktivierend zu gestalten,
- Unterricht lernwirksam und förderlich für die individuelle Kompetenzentwicklung durchzuführen,
- Formen individueller Lernsteuerung sowie kooperative, kollaborative und selbstbestimmte Lernprozesse zu unterstützen
- und Unterrichtsplanung und -durchführung kriteriengeleitet auszuwerten und weiterzuentwickeln (MSB NRW, 2021).



In der fachbezogenen Konkretisierung für Mathematik richten sich diese Anforderungen unter anderem auf Grundvorstellungen, Schülerstrategien, Aufgabenpotenziale, Darstellungsvernetzung und nächste fachliche Lernschritte.

Je nach Situation entstehen zugleich Bezüge zu weiteren Handlungsfeldern. Diagnostische Verfahren und lernförderliche Rückmeldungen berühren das Handlungsfeld L; fachliche Lernberatung das Handlungsfeld B; Teilhabe, Fehlerkultur und Zuschreibungen das Handlungsfeld E; kollegiale Aufgabenanalyse und Unterrichtsentwicklung das Handlungsfeld S.

Damit zeigt das Thema Basiskompetenzen exemplarisch, dass die Handlungsfelder nicht isoliert nebeneinanderstehen. Eine konkrete mathematische Handlungssituation kann Anforderungen des Unterrichtens, Diagnostizierens, Beratens, Erziehens und Kooperierens miteinander verbinden.

Fachseminar und Professionelle Lerngemeinschaft

Das fachdidaktische Fundament wird zunächst im Fachseminar aufgebaut. Teile der Arbeit können anschließend in Professionellen Lerngemeinschaften weitergeführt werden. LAA können dort

- weitere Schülerprodukte vergleichen,
- alternative Deutungen prüfen,
- Aufgaben für unterschiedliche Lerngruppen adaptieren,
- Beobachtungsfragen entwickeln,
- oder eine erste Erprobung gemeinsam vorbereiten.

Die Professionelle Lerngemeinschaft ersetzt die fachliche Grundlegung im Seminar nicht. Sie ermöglicht deren zunehmend eigenständige Anwendung und Weiterentwicklung. Die fachbezogene Kooperation in Professionellen Lerngemeinschaften gilt auch im QuaMath-Programm als wichtige Bedingung nachhaltiger Unterrichtsentwicklung (Prediger et al., 2024).

6.2 Von der eigenen Handlungssituation zum Entwicklungsfokus

Mit dem Übergang vom aufbereiteten Fall zur eigenen Unterrichtssituation verändert sich die Qualität der Auseinandersetzung. Eigene Situationen sind nicht didaktisch bereinigt. Sie sind komplex, zeitlich gebunden und häufig emotional aufgeladen. Die LAA muss handeln, obwohl ihr möglicherweise Informationen fehlen und mehrere Deutungen plausibel sind.

Eine Aufgabe löst nicht die erwarteten Denkprozesse aus. Eine formal richtige Lösung verdeckt ein nicht tragfähiges Verständnis. Eine Hilfe führt zwar zum Ergebnis, verhindert aber eigenständiges Denken. Einzelne Lernende können dem Unterricht nicht mehr folgen. Die Lehrkraft muss entscheiden, ob sie nachfragt, erklärt, eine Darstellung wechselt, die Situation im Plenum aufgreift oder zunächst weiter beobachtet.



Von der Unsicherheit zur reflexiven Handlungsfähigkeit

Solche Situationen können bei LAA zu professioneller Unsicherheit führen. Misslingt ihre Bearbeitung dauerhaft, besteht die Gefahr einer Paralyse: Die Vielzahl möglicher Anforderungen wird als Überforderung erlebt; die LAA greift reflexhaft auf bekannte Routinen zurück, vermeidet offene Situationen oder wartet auf eine eindeutige Lösung der Fachleitung.

Das Ausbildungsziel ist nicht, Unsicherheit vollständig zu beseitigen. Unterricht bleibt komplex und nur begrenzt planbar. Ziel ist eine **reflexive Handlungsfähigkeit**.

Handlungsfähig ist eine LAA nicht erst dann, wenn sie sofort die optimale Lösung kennt. Handlungsfähigkeit zeigt sich bereits darin, dass sie

- eine Schwierigkeit fachlich eingrenzen,
- relevante Beobachtungen von ersten Bewertungen unterscheiden,
- unterschiedliche Deutungen erwägen,
- Unterstützung gezielt nutzen,
- einen begründbaren nächsten Schritt entwickeln
- und seine Wirkung anschließend überprüfen kann.

Ausbildung soll Unsicherheit nicht verdecken, sondern ihre fachlich begründete Bearbeitung ermöglichen.

Bleiben herausfordernde Erfahrungen unanalysiert, können sich Hilflosigkeit oder problematische Routinen verfestigen. Werden sie fachlich und theoriegeleitet rekonstruiert, können sie zu Ausgangspunkten professioneller Entwicklung werden (vgl. Hascher, 2005; Junghans, 2024).

Die Situation zuerst fachlich rekonstruieren

Die Bearbeitung beginnt nicht mit der Bewertung der LAA. Zunächst ist zu klären, was in der Situation fachlich geschehen ist:

- Welche mathematische Basiskompetenz war bedeutsam?
- Welche Vorstellung, Strategie oder Schwierigkeit wurde sichtbar?
- Welcher fachdidaktische Job musste bewältigt werden?
- Welche QuaMath-Prinzipien waren besonders relevant?
- Welche zusätzlichen Informationen wären für eine tragfähige Deutung erforderlich?
- Welche Handlungsalternativen bestanden?

Erst auf dieser Grundlage wird das Handeln der LAA betrachtet:

- Was hat sie wahrgenommen?
- Was hat sie möglicherweise übersehen?
- Wie hat sie die Situation gedeutet?
- Welche Entscheidung hat sie getroffen?



- Welche Wirkung wurde sichtbar?
- Welche Alternative wäre fachlich begründbar gewesen?

Die Trennung zwischen Situation, Deutung und Bewertung ist entscheidend. Eine schnelle Beurteilung des Lehrerhandelns würde gerade jene fachliche Rekonstruktion überspringen, die die LAA künftig selbst leisten soll.

Entwicklungsfokus statt vorschneller Defizitzuschreibung

Aus einer herausfordernden Situation folgt nicht automatisch eine Entwicklungsaufgabe. Zunächst kann ein **Entwicklungsfokus** entstehen.

Ein Entwicklungsfokus bezeichnet eine fachlich bedeutsame Herausforderung, die sich in einer Situation gezeigt hat und möglicherweise über den Einzelfall hinaus relevant ist. Beispiele sind:

- formal richtige Lösungen stärker auf zugrunde liegende Vorstellungen prüfen,
- additive und multiplikative Deutungen unterscheiden,
- diagnostisch ergiebige Nachfragen formulieren,
- Hilfen so dosieren, dass sie Denken unterstützen,
- Darstellungen gezielter zum Aufbau von Grundvorstellungen nutzen,
- oder nicht gesicherte Grundlagen mit dem aktuellen Lerngegenstand verbinden.

Der Fokus bleibt zunächst vorläufig. Weitere Situationen können zeigen, ob es sich um eine wiederkehrende Entwicklungsfrage, ein einmaliges situatives Problem oder eine unzutreffende erste Deutung handelt.

Diese Vorsicht schützt vor einer defizitorientierten Ausbildung. Nicht jede Schwierigkeit belegt eine fehlende Kompetenz. Sie kann ebenso aus der Neuartigkeit eines Gegenstands, einer besonderen Lerngruppe, unzureichenden Informationen oder einem nicht vorhersehbaren Unterrichtsverlauf entstehen.

Selbstdiagnose und Lernlandkarte

Die LAA muss an der Bestimmung ihres Entwicklungsfokus beteiligt sein. Entwicklungsorientierung ist nicht möglich, wenn Fachleitungen Ziele lediglich von außen zuweisen.

Eine Lernlandkarte oder ein vergleichbares Instrument kann dazu dienen,

- eigene Ressourcen sichtbar zu machen,
- Erfahrungen einzuordnen,
- wiederkehrende Herausforderungen zu erkennen,
- Rückmeldungen aus unterschiedlichen Ausbildungssituationen zu verbinden
- und längerfristige Entwicklungslinien zu formulieren.

Im standortspezifischen Konzept des ZfsL Engelskirchen bildet die Lernlandkarte den Ausgangspunkt eines kontinuierlichen Professionalisierungsprozesses. Entwicklungsaufgaben und Fokus-Tableaus konkretisieren längerfristige Entwicklungsrichtungen, geplante Erprobungen und vorhandene



Ressourcen. Unterrichtsbesuche werden dadurch nicht als isolierte Leistungen, sondern als Knotenpunkte eines fortlaufenden Entwicklungsprozesses verstanden (ZfsL Engelskirchen, Seminar GyGe, 2026a).

Vom Entwicklungsfokus zur Entwicklungsaufgabe

Der Begriff knüpft an berufsbiografische Ansätze an, die Professionalisierung als Bearbeitung beruflicher Entwicklungsaufgaben verstehen (Hericks, 2006). Im vorliegenden Zusammenhang wird er enger gefasst: Eine Entwicklungsaufgabe bezeichnet eine von der LAA mitbestimmte, fachlich fokussierte und innerhalb ihrer Zone der nächsten Entwicklung bearbeitbare Herausforderung.

Aus einem Entwicklungsfokus kann eine solche Entwicklungsaufgabe werden, wenn er

- für die LAA persönlich bedeutsam,
- fachlich relevant,
- an vorhandene Ressourcen anschlussfähig,
- konkret bearbeitbar
- und durch geeignete Lerngelegenheiten beeinflussbar ist.

Die Entwicklungsaufgabe sollte in der Zone der nächsten Entwicklung liegen, also einen Schritt bezeichnen, den die LAA noch nicht selbstständig, mit geeigneter Unterstützung aber bewältigen kann (vgl. Vygotskij, 1978). Sie darf weder so allgemein sein, dass keine konkrete Bearbeitung möglich ist, noch so anspruchsvoll, dass die LAA trotz Unterstützung keinen erreichbaren nächsten Schritt erkennt.

Die Formulierung

„Ich möchte besser diagnostizieren“

ist dafür zu unspezifisch.

Eine bearbeitbare Entwicklungsaufgabe könnte dagegen lauten:

Ich möchte Schülerbearbeitungen zu proportionalen Zusammenhängen so analysieren, dass ich additive und multiplikative Deutungen unterscheiden, meine Annahme durch eine passende Nachfrage überprüfen und daraus einen fachlich begründeten nächsten Lernschritt ableiten kann.

Die Aufgabe verbindet

- einen fachlichen Gegenstand,
- eine konkrete Wahrnehmungs- und Deutungsleistung,
- eine geplante Handlung
- und Kriterien, an denen Entwicklung erkennbar werden kann.

Nicht jeder Entwicklungsfokus muss in eine formal dokumentierte Entwicklungsaufgabe überführt werden. Entscheidend ist, dass eine fachlich relevante Herausforderung nicht mit der einzelnen Situation endet, sondern in der Ausbildung weiterbearbeitet werden kann.



6.3 Entwicklungsprozesse vernetzt, kontinuierlich und zunehmend selbstbestimmt gestalten

Ein fachlich fundierter Entwicklungsfokus entfaltet erst dann nachhaltige Wirkung, wenn er nicht an eine einzelne Seminarsitzung, Unterrichtsstunde oder Nachbesprechung gebunden bleibt.

Die grundlegende Bewegung lautet:

fachdidaktisch fundieren – fokussieren – Handlungsoptionen entwickeln – planen – erproben – beobachten – auswerten – Vorsätze bilden – Entwicklung fortschreiben

Diese Bewegung ist rekursiv. Eine Erprobung kann neue fachliche Fragen hervorbringen. Eine Unterrichtsbeobachtung kann eine frühere Deutung relativieren. Eine Reflexion kann zeigen, dass der ursprüngliche Entwicklungsfokus zu breit oder zu eng gefasst war.

Fachdidaktische Fundierung und Handlungsoptionen

Im Fachseminar werden die für den Entwicklungsfokus notwendigen fachlichen und fachdidaktischen Wissensbestände erschlossen. Dabei geht es nicht um eine nachträgliche Belehrung darüber, was in der Ausgangssituation „richtig“ gewesen wäre.

Die LAA soll vielmehr unterschiedliche Handlungsoptionen entwickeln und prüfen:

- Welche Aufgabe könnte eine Vorstellung sichtbar machen?
- Welche Nachfrage würde eine diagnostische Hypothese überprüfen?
- Welche Darstellung könnte eine fachliche Beziehung verdeutlichen?
- Welche Unterstützung wäre hilfreich, ohne die Denkhandlung vorwegzunehmen?
- Welche Schüleräußerung sollte im gemeinsamen Gespräch aufgegriffen werden?
- Woran könnte eine Weiterentwicklung erkennbar werden?

Die Fachleitung stellt Wissen, Beispiele und Qualitätskriterien bereit, ohne den professionellen Entscheidungsprozess vollständig zu übernehmen.

Planung als professioneller Entscheidungsprozess

Die Unterrichtsplanung übersetzt die fachdidaktische Analyse in eine konkrete Erprobung. Sie ist nicht vorrangig die Herstellung eines Planungsdokuments, sondern ein antizipierender Denk- und Entscheidungsprozess.

Zu berücksichtigen sind insbesondere

- die Lernvoraussetzungen der Lerngruppe,
- der fachliche Verstehens Kern,
- die curriculare Einbettung,
- mögliche Schülerstrategien,



- geeignete Aufgaben und Darstellungen,
- alternative Unterrichtsverläufe,
- sowie der individuelle Entwicklungsfokus der LAA.

Die standortspezifische Konzeption der dialogischen Professionalisierung versteht Unterrichtsplanung entsprechend als gemeinsamen, reflexiven Entscheidungsprozess. Maßgeblich ist nicht die äußere Form der Planung, sondern die Qualität der fachlichen Auseinandersetzung und der begründeten Abwägung von Alternativen (ZfsL Engelskirchen, Seminar GyGe, 2026a).

Erprobung, Beobachtung und Nachbesprechung

Die Unterrichtsdurchführung ist keine Vorführung einer fertigen Lösung. Sie ist die begründete Erprobung einer Handlungsoption.

Die Beobachtung richtet sich deshalb gezielt auf die Beziehungen zwischen

- dem fachlichen Ziel,
- dem tatsächlichen Denken der Schülerinnen und Schüler,
- den Entscheidungen der LAA
- und den beobachtbaren Wirkungen.

Ein Unterrichtsbesuch erhält daraus eine andere Funktion. Er ist nicht der Endpunkt einer Ausbildungssequenz und nicht die möglichst vollständige Bewertung einer Einzelstunde. Er wird zum Knotenpunkt, an dem ein längerfristiger Entwicklungsprozess beobachtet, reflektiert und fortgeschrieben werden kann.

Die Unterrichtsnachbesprechung beschränkt sich folglich nicht auf die Frage, was gelungen ist und was nicht. Sie richtet sich vielmehr auf folgende Fragen:

- Welche fachlichen Lernprozesse wurden tatsächlich angeregt?
- Welche Vorstellungen und Strategien wurden sichtbar?
- Welche Deutungen der LAA haben sich bestätigt?
- Welche Annahmen müssen verändert werden?
- Welche Wirkung besaßen Aufgabe, Darstellung oder Unterstützung?
- Welche nächste Erprobung ergibt sich?

Aus der Reflexion entsteht eine Vorsatzbildung. Die LAA formuliert möglichst konkret, worauf sie in einer folgenden Situation achten, welche Handlung sie erproben und anhand welcher Beobachtungen sie die Wirkung prüfen möchte.

Lernorte und Sozialformen funktional verbinden

Die unterschiedlichen Lernorte besitzen keine voneinander unabhängigen Aufgabenbereiche. Sie übernehmen Funktionen innerhalb desselben Entwicklungsprozesses:

- Das **Fachseminar** erschließt fachliches und fachdidaktisches Wissen.
- Die **Ausbildungsschule** stellt kontinuierliche und authentische Erprobungssituationen bereit.



- Die **Fachleitung** unterstützt die Fokussierung, Planung und Reflexion.
- Die **individuelle Arbeit** ermöglicht Selbstdiagnose, Vorsatzbildung und Dokumentation.
- **Peers** eröffnen alternative Wahrnehmungen und Handlungsoptionen.
- Die **Professionelle Lerngemeinschaft** verbindet kollegiale Fallanalyse, Planung, Hospitation und Auswertung.
- Das **Perspektivgespräch** kann einzelne Erfahrungen in eine längerfristige Entwicklungsrichtung einordnen.

Nicht jeder Entwicklungsfokus muss in jedem Format bearbeitet werden. Entscheidend ist, dass die genutzten Lerngelegenheiten inhaltlich aufeinander bezogen sind.

Professionelle Lerngemeinschaften können Entwicklungsaufgaben im kollegialen Austausch konkretisieren, Erprobungen durch Tandem- oder Gruppenhospitationen begleiten und Erkenntnisse in die individuelle Entwicklungsplanung zurückführen. Peer-Coaching überträgt im Fachseminar erarbeitete Beratungs- und Analyseformen zunehmend in die selbstständige kollegiale Arbeit der LAA (ZfSL Engelskirchen, Seminar GyGe, 2026b).

Zunehmende Selbstbestimmung

Die Selbstständigkeit der LAA ist nicht bloß eine organisatorische Variable, sondern eine Entwicklungsrichtung.

Zu Beginn der Ausbildung kann die Fachleitung

- Fälle auswählen,
- Analysefragen strukturieren,
- fachliche Kategorien bereitstellen
- und mögliche Handlungsoptionen sichtbar machen.

Im weiteren Verlauf sollen LAA zunehmend

- eigene Situationen identifizieren,
- fachliche Entwicklungsfragen formulieren,
- Wissensquellen auswählen,
- Unterstützung gezielt anfordern,
- Erprobungen planen,
- Peer-Beratung organisieren
- und Wirkungen selbstständig auswerten.

Die Bewegung verläuft damit **von der angeleiteten Analyse bereitgestellter Fälle zur eigenverantwortlichen Bearbeitung eigener Unterrichtsentwicklung.**

Befähigen statt belehren bedeutet nicht, Unterstützung möglichst früh zurückzunehmen. Die Intensität der Begleitung richtet sich nach dem fachlichen Gegenstand, dem Ausbildungsstand und der Zone der nächsten Entwicklung. Emanzipatorisch wird die Ausbildung dann, wenn Unterstützung



die Abhängigkeit von der Fachleitung schrittweise verringert und die eigenständige Urteils- und Handlungsfähigkeit erweitert.

6.4 Ein integratives Planungs- und Reflexionsraster

Die bisherige Argumentation lässt sich in einem gemeinsamen Raster verdichten. Es verbindet den fachlichen Gegenstand, den individuellen Entwicklungsfokus und die Gestaltung der Ausbildungsgelegenheiten.

Phase	Leitfragen
 1. Fachliche Handlungssituation erschließen	Was ist konkret geschehen? Welche mathematische Basiskompetenz und welche Verstehensgrundlagen sind berührt? Welcher Job ist zu bewältigen? Welche QuaMath-Prinzipien und Konkretionen sind relevant?
 2. Entwicklungsfokus bestimmen	Was hat die LAA wahrgenommen, wie hat sie gedeutet und entschieden? Welche Ressource ist bereits vorhanden? Welcher nächste fachlich bedeutsame Entwicklungsschritt wird sichtbar?
 3. Wissen und Handlungsoptionen entwickeln	Welches fachliche, fachdidaktische oder diagnostische Wissen wird benötigt? Welche unterschiedlichen Handlungsmöglichkeiten bestehen? Nach welchen Kriterien können sie beurteilt werden?
 4. Planung und Erprobung gestalten	Welche Handlungsoption soll in welcher authentischen Situation erprobt werden? Welche Lerngelegenheit, Sozialform und Unterstützung sind geeignet? Woran soll gezielt beobachtet werden?
 5. Wirkungen reflektieren	Welche Lernprozesse wurden tatsächlich angeregt? Welche Deutungen und Entscheidungen haben sich bewährt? Welche unbeabsichtigten Wirkungen oder neuen Fragen sind entstanden?
 6. Entwicklung fortschreiben	Wird der Entwicklungsfokus beibehalten, präzisiert, erweitert oder abgeschlossen? Welcher Vorsatz und welche nächste Lerngelegenheit ergeben sich?

Tabelle 6.4: Integratives Planungs- und Reflexionsraster

Das Raster ist keine linear abzuarbeitende Checkliste; die Phasen greifen ineinander. Neue Beobachtungen können eine erneute fachliche Analyse verlangen; die Planung kann den Entwicklungsfokus verändern; die Reflexion kann neue Wissensbedarfe sichtbar machen.

Seine Funktion besteht darin, drei Ebenen dauerhaft miteinander zu verbinden:

1. das mathematische Lernen der Schülerinnen und Schüler,
2. die professionelle Entwicklung der LAA,
3. die Gestaltung der Ausbildungsgelegenheiten.

Der fachliche Gegenstand bleibt damit im gesamten Prozess sichtbar. Professionalisierung löst sich nicht vom Mathematiklernen, sondern entsteht gerade in seiner wiederholten Analyse und Gestaltung.



6.5 Professionelle Basiskompetenzen als Ergebnis gegenstandsbezogener Professionalisierung

Bis zu diesem Punkt war der Begriff der professionellen Basiskompetenzen für die Argumentation nicht erforderlich. Ausgangspunkt waren mathematische Basiskompetenzen und die Frage, wie ihr Aufbau zum Gegenstand der Ausbildung werden kann.

Erst jetzt lässt sich begründet fragen, welche grundlegenden professionellen Fähigkeiten sich in solchen Prozessen entwickeln können.

Wenn LAA wiederholt

- fachliche Verstehensgrundlagen bestimmen,
- Aufgaben und Medien analysieren,
- Schülerdenken diagnostisch erschließen,
- Lernprozesse unterstützen,
- mathematische Gespräche moderieren,
- Entscheidungen begründen
- und Wirkungen reflektieren,

erwerben sie nicht nur Wissen über Basiskompetenzen. Sie entwickeln gegenstandsbezogene Formen professioneller Wahrnehmung, Deutung und Handlungsfähigkeit.

Dies schließt an Kompetenzmodelle an, die professionelles Handeln nicht als bloßen Wissensbesitz, sondern als Zusammenspiel von Dispositionen, situationsbezogenen Wahrnehmungs- und Entscheidungsprozessen und beobachtbarem Handeln verstehen (Baumert & Kunter, 2006; Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015).

Für den vorliegenden Zusammenhang kann daher folgende Arbeitsdefinition formuliert werden:

Professionelle Basiskompetenzen sind grundlegende, gegenstandsbezogene Wissensbestände, Wahrnehmungs-, Deutungs-, Entscheidungs-, Reflexions- und Kooperationsfähigkeiten sowie handlungsleitende Orientierungen, die Lehrkräfte benötigen, um wiederkehrende fachdidaktische Anforderungssituationen so zu bewältigen, dass fachliche Basiskompetenzen der Lernenden aufgebaut und weiterentwickelt werden können.

Diese Definition ist keine Übertragung schulischer Basiskompetenzen auf Lehrkräfte. Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Vorstellungen, Verfahren und Strategien. Lehrkräfte erwerben die Fähigkeit, deren Aufbau fachlich zu analysieren und lernwirksam zu gestalten.

Der 5x5-QuaMath-Rahmen bietet dafür eine mögliche inhaltliche Struktur:

- Die Jobs benennen wiederkehrende fachdidaktische Anforderungen.
- Die Prinzipien bilden handlungsleitende Qualitätsorientierungen.



- Gegenstandsspezifische Kernpraktiken konkretisieren ihre situative Verbindung.

Professionelle Basiskompetenzen sind dabei nicht basal, weil sie einfach wären, ein niedriges Anspruchsniveau markierten oder zu Beginn der Ausbildung abschließend erworben werden könnten. Sie sind basal, weil weiterführendes professionelles Handeln wiederholt auf sie angewiesen ist. Anspruchsvolle adaptive Lernumgebungen, längerfristige Unterrichtsentwicklung oder fachlich gehaltvolle Kooperation setzen voraus, dass Lehrkräfte relevante Situationen wahrnehmen, fachlich deuten, begründete Entscheidungen treffen und ihre Wirkungen reflektieren können.

Die Annahme, dass die in diesem Kapitel beschriebene Ausbildungsweise tatsächlich zum Aufbau solcher professionellen Basiskompetenzen führt, ist zunächst eine konzeptionell begründete These. Sie bedarf der weiteren Erprobung und wissenschaftlichen Überprüfung. Sie verbindet fachliche und professionelle Basiskompetenzen, ohne beide Ebenen gleichzusetzen:

Mathematische Basiskompetenzen sind der fachliche Gegenstand. Reichhaltige Handlungssituationen bilden den Ausgangspunkt. Vernetzte und emanzipatorisch gestaltete Lerngelegenheiten bilden den Professionalisierungsprozess. Professionelle Basiskompetenzen können als Ergebnis dieses Prozesses entstehen.

Die Kernaussage des Kapitels lautet:

Mathematische Basiskompetenzen werden im Vorbereitungsdienst nachhaltig verankert, wenn ihre Entwicklung frühzeitig an fachlich ergiebigen Fällen erschlossen, in eigenen Unterrichtssituationen wiedererkannt und über individuelle Entwicklungsfoki, unterschiedliche Lernorte und wiederholte Erprobung kontinuierlich weiterbearbeitet wird. Ziel ist nicht die Übernahme fertiger Lösungen, sondern eine zunehmend selbstständige, fachlich begründete und reflexive Handlungsfähigkeit der LAA.



Kapitel 7

Basiskompetenzen als Anlass lehramtsübergreifender Vernetzung

Die lehramtsspezifischen Anforderungen beim Aufbau mathematischer Basiskompetenzen wurden in Kapitel 4 entfaltet. Kapitel 6 hat anschließend gezeigt, wie mathematische Basiskompetenzen in der Fachseminararbeit verankert und zum Gegenstand kontinuierlicher Professionalisierungsprozesse werden können. Im Folgenden geht es daher nicht erneut um Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Lehrämter. Im Mittelpunkt stehen vielmehr die Fachleitungen, die diese fachliche Ausbildung verantworten.

Mathematische Basiskompetenzen bieten Fachleitungen unterschiedlicher Lehrämter einen gemeinsamen Gegenstand, an dem sie ihre Vorstellungen von Unterrichtsqualität, Diagnose, Förderung und Ausbildung miteinander ins Gespräch bringen können. Eine solche Verständigung ist besonders dort notwendig, wo unterschiedliche Lehramtsperspektiven in denselben Schulen und Ausbildungsprozessen wirksam werden. An einer Gesamtschule können beispielsweise LAA der Lehrämter HRSGe, GyGe und SF ausgebildet werden. Ihre Fachleitungen bringen unterschiedliche fachliche und institutionelle Perspektiven ein, beziehen sich aber auf dieselben schulischen Lernprozesse und zum Teil auf dieselben Schülerinnen und Schüler.

Diese Vielfalt ist fachlich produktiv, solange Unterschiede transparent und begründbar bleiben. Sie wird problematisch, wenn hinter gleichen Begriffen unvereinbare Qualitätsvorstellungen stehen oder LAA und Ausbildungsschulen widersprüchliche Orientierungen erhalten. Lehramtsübergreifende Kohärenz verlangt deshalb keine Vereinheitlichung der Fachseminararbeit. Sie verlangt eine gemeinsame fachliche Grundlage, auf der Unterschiede beschrieben, begründet und füreinander anschlussfähig gemacht werden können.

Basiskompetenzen werden zum Anlass lehramtsübergreifender Vernetzung, wenn Fachleitungen ihre Qualitätsvorstellungen offenlegen, lehramtsspezifisch skalieren und ihre Ausbildungspraxis an gemeinsamen fachlichen Fragen weiterentwickeln.



7.1 Warum Fachleitungen sich lehramtsübergreifend verständigen müssen

Fachleitungen arbeiten zunächst innerhalb ihres jeweiligen Lehramts. Sie orientieren sich an unterschiedlichen Bildungsgängen, curricularen Anforderungen, Lerngruppen und Ausbildungsbedingungen. Diese Spezialisierung ist notwendig. Keine lehramtsübergreifende Zusammenarbeit kann die fachliche Expertise ersetzen, die für den mathematischen Anfangsunterricht, inklusive Lernprozesse, die heterogene Sekundarstufe I oder wissenschaftspropädeutisches Lernen in der Oberstufe erforderlich ist.

Gleichzeitig bleibt die Ausbildungspraxis der Lehrämter nicht voneinander getrennt. LAA unterrichten an Schulen, in denen unterschiedliche Bildungsgänge, Professionen und Ausbildungsperspektiven zusammentreffen. Besonders deutlich wird dies an Gesamt- und Sekundarschulen sowie in inklusiven Lernsettings. Fachleitungen unterschiedlicher Lehrämter können hier an denselben schulischen Entwicklungsprozessen beteiligt sein, ohne regelmäßig miteinander über ihre fachlichen Orientierungen zu sprechen.

Unterschiedliche Perspektiven sind dabei nicht bereits ein Problem. Problematisch wird ein unverbundenes Nebeneinander, wenn beispielsweise

- Unterstützung in einem Ausbildungskontext als kleinschrittige Entlastung, in einem anderen als Anregung eigenständigen Denkens verstanden wird,
- Materialeinsatz einmal bereits als Ausdruck von Verstehensorientierung gilt, während andernorts nach der tatsächlich aufgebauten Vorstellung gefragt wird,
- nicht gesicherte Grundlagen ausschließlich früheren Bildungsstufen zugeschrieben werden,
- oder Differenzierung so unterschiedlich ausgelegt wird, dass der gemeinsame fachliche Gegenstand einmal im Zentrum steht und ein anderes Mal in getrennte Lernprogramme zerfällt.

Solche Unterschiede können LAA nicht ohne Weiteres produktiv einordnen. Sie erleben dann nicht verschiedene fachlich begründete Perspektiven, sondern widersprüchliche Erwartungen. Auch für Ausbildungsschulen wird schwer erkennbar, welche gemeinsamen Qualitätsansprüche das ZfsL mit seiner Fachausbildung verbindet.

Kohärenz bedeutet deshalb nicht, dass alle Fachleitungen Unterricht identisch beobachten oder dieselben Handlungsoptionen empfehlen. Sie bedeutet, dass sie

- ihre fachlichen Bezugspunkte benennen,
- Beobachtung und Deutung voneinander unterscheiden,
- Qualitätsurteile begründen,
- lehramtsspezifische Unterschiede erklären
- und Rückmeldungen in einer füreinander anschlussfähigen Sprache formulieren können.



Die entscheidende Grenze verläuft nicht zwischen Gleichheit und Unterschiedlichkeit, sondern zwischen **begründeter Verschiedenheit und unreflektierter Widersprüchlichkeit**.

Eine solche Verständigung unterstützt zugleich die Professionalisierung der Fachleitungen selbst. Auch Auszubildende benötigen Gelegenheiten, ihre Wahrnehmungs-, Beratungs- und Ausbildungspraxis an konkreten fachlichen Gegenständen zu prüfen und weiterzuentwickeln. Die Professionalisierung von Lehrkräften und LAA setzt daher auf einer weiteren Ebene Lerngelegenheiten für diejenigen voraus, die diese Prozesse gestalten und begleiten (Prediger, Rösken-Winter & Leuders, 2019).

7.2 Gemeinsamer Orientierungsrahmen: skalieren statt vereinheitlichen

Lehramtsübergreifende Verständigung benötigt einen gemeinsamen Orientierungsrahmen. Dieser darf weder so allgemein sein, dass die fachliche Substanz verloren geht, noch so eng, dass er nur für eine Bildungsstufe oder einen bestimmten Unterrichtsgegenstand gilt.

Kapitel 6 hat dafür bereits geeignete Bezugspunkte entwickelt. Auf der Ebene wiederkehrender Anforderungen können die fünf fachdidaktischen Jobs herangezogen werden: Lernziele und Lernpfade bestimmen, Aufgaben und Medien auswählen und adaptieren, Lernstände und Lernprozesse diagnostizieren, Lernprozesse unterstützen und mathematische Gespräche moderieren. Die Jobs beschreiben typische Anforderungen, die in allen Lehrämtern auftreten, ohne ihre konkrete Bearbeitung vorwegzunehmen.

Die QuaMath-Prinzipien ergänzen diese Anforderungsperspektive um gemeinsame Qualitätsdimensionen:

- Verstehensorientierung,
- Lernendenorientierung und Adaptivität,
- kognitive Aktivierung,
- Durchgängigkeit,
- Kommunikationsförderung.

Jobs und Prinzipien bilden zusammen einen Rahmen, in dem typische Anforderungen und fachliche Qualitätsansprüche miteinander verbunden werden. QuaMath ordnet die situierte Expertise von Lehrkräften gerade der Bewältigung solcher Anforderungssituationen zu und verbindet die fünf Jobs mit den fünf Prinzipien zu einem 5×5-Rahmen. Zugleich wird ein überschaubarer Kern gemeinsamer Prinzipien mit flexiblen Schwerpunktsetzungen als Mittel gegen die Fragmentierung von Professionalisierungsangeboten verstanden (Prediger et al., 2024).

Gemeinsamer Anspruch, unterschiedliche Konkretisierung

Lehramtsübergreifende Kohärenz entsteht nicht dadurch, dass derselbe Job in allen Lehrämtern identisch bearbeitet wird. Die fachlichen Gegenstände, Lernvoraussetzungen, Grade der Formalisierung und institutionellen Bedingungen unterscheiden sich.



Verstehensorientierung kann im Anfangsunterricht bedeuten, Handlungen, Bilder, Sprache und Zahlzeichen miteinander zu verbinden. In der Sekundarstufe I kann es darum gehen, Bruch-, Verhältnis- oder Variablenvorstellungen so weiterzuentwickeln, dass Verfahren nicht bedeutungsleer bleiben. In der Oberstufe müssen elementare Vorstellungen zunehmend formale Begriffe und Verfahren tragen. Im Bereich sonderpädagogischer Förderung stellt sich zusätzlich die Frage, wie Zugänge, Darstellungen und Unterstützungen gestaltet werden, ohne den gemeinsamen fachlichen Gegenstand aufzugeben.

Der Qualitätsanspruch bleibt gemeinsam, seine Realisierung wird skaliert.

Skalierung bezeichnet die gegenstands-, lernenden- und kontextspezifische Konkretisierung eines gemeinsamen fachlichen Anspruchs.

Sie ist weder bloße Vereinfachung noch hierarchische Abstufung. Eine fachlich elementare Situation kann hohe diagnostische und didaktische Anforderungen stellen. Umgekehrt garantiert ein anspruchsvoller mathematischer Inhalt noch keine verstehensorientierte oder kognitiv aktivierende Lerngelegenheit.

Gerade an Gesamtschulen lässt sich diese Unterscheidung konkretisieren. Fachleitungen der Lehrämter HRSGe, GyGe und SF können sich auf den gemeinsamen Anspruch verständigen, Lernstände fachlich zu erschließen, vorhandene Vorstellungen aufzugreifen und Weiterlernen am gemeinsamen Gegenstand zu ermöglichen. Unterschiedlich bleiben unter anderem

- die jeweils relevanten fachlichen Vorstellungen,
- der curriculare Erwartungshorizont,
- das Maß der Formalisierung,
- die Art und Intensität der Unterstützung,
- sowie die institutionellen Bedingungen des Bildungsgangs.

Kohärenz verlangt nicht, diese Unterschiede aufzulösen. Sie verlangt, sie auf gemeinsame Qualitätsdimensionen zu beziehen und fachlich zu begründen.

Eine gemeinsame Beobachtungs- und Beratungssprache

Der Orientierungsrahmen unterstützt auch Unterrichtsbeobachtung und Beratung. Gemeinsame Sprache bedeutet dabei nicht, einheitliche Formulierungen zu verordnen. Sie hilft vielmehr, verschiedene Ebenen einer Situation unterscheidbar zu halten:

- den fachlichen Gegenstand,
- beobachtbare Äußerungen und Handlungen der Lernenden,
- die daraus abgeleitete diagnostische Deutung,
- das Handeln der LAA,
- die Begründung dieses Handelns,
- und seine erkennbaren Wirkungen.



Eine solche Differenzierung verhindert, dass allgemeine Rückmeldungen wie „stärker differenzieren“, „mehr aktivieren“ oder „besser diagnostizieren“ ohne fachlichen Bezug bleiben. Sie fordert Fachleitungen dazu auf, genauer zu bestimmen, welche Lernvoraussetzungen unterschiedlich waren, welche mathematische Denkhandlung angeregt werden sollte und welche Unterstützung einen nächsten fachlichen Lernschritt ermöglicht hätte.

Gemeinsame Instrumente als Ergebnis der Verständigung

Aus der Verständigung können gemeinsame Beobachtungs-, Beratungs- oder Reflexionsinstrumente hervorgehen. Ein gemeinsamer Bogen ist jedoch nicht der Ausgangspunkt und erzeugt für sich genommen noch keine Kohärenz. Dieselben Begriffe können verwendet und dennoch unterschiedlich verstanden werden.

Der besondere Wert eines gemeinsamen Instruments liegt deshalb häufig in seinem Entwicklungsprozess. Fachleitungen müssen

- implizite Qualitätsvorstellungen offenlegen,
- Begriffe an konkreten Fällen klären,
- lehramtsspezifische Unterschiede sichtbar machen,
- gemeinsame Kategorien aushandeln
- und notwendige Skalierungen bestimmen.

Die erste QuaMath-Werkstatt im Regierungsbezirk Köln bestätigte diese Priorität. Die beteiligten Fachleitungen sprachen sich dafür aus, nicht vorschnell einen fertigen Beobachtungsbogen zu produzieren, sondern zunächst eine gemeinsame Sprache und ein lehramtsübergreifend anschlussfähiges Grundraster zu entwickeln. Dieses sollte anschließend je nach Lehramt, Lernalter und fachlichem Kontext konkretisiert werden (QuaMath-Werkstatt im Regierungsbezirk Köln, 2026).

Ein gemeinsames Instrument ist tragfähig, wenn es

- gemeinsame Qualitätsdimensionen benennt,
- lehramtsspezifische Konkretisierungen zulässt,
- Beobachtung und Deutung nicht vermischt,
- situativ gewählte Schwerpunkte ermöglicht
- und offen für nicht erwartete Wahrnehmungen bleibt.

Es darf nicht zur Checkliste werden, mit der sichtbare Unterrichtsmerkmale abgehakt werden. Seine Funktion besteht darin, fachliche Aufmerksamkeit zu strukturieren und professionelle Verständigung anzuregen.

7.3 Lernverläufe und Übergänge gemeinsam in den Blick nehmen

Kapitel 5 hat Übergänge als Prüfung fachlicher Anschlussfähigkeit beschrieben. Für die lehramtsübergreifende Vernetzung ergibt sich daraus eine spezifische Konsequenz: Fachleitungen



verschiedener Lehrämter verfügen jeweils nur über einen Ausschnitt mathematischer Bildungsbiografien.

Die Perspektive der Grundschule macht sichtbar, wie frühe Zahl-, Operations- und Größenvorstellungen aufgebaut werden und welche Funktion handelnde, bildliche und sprachliche Darstellungen dabei besitzen. Fachleitungen der Sekundarstufe I erleben, wie tragfähig diese Grundlagen in neuen Inhaltsbereichen verfügbar sind und wie nicht gesicherte Vorstellungen innerhalb eines fortschreitenden Curriculums aufgegriffen werden können. Die Perspektive der Oberstufe verdeutlicht, welche elementaren Beziehungen auch zunehmende Abstraktion und Formalisierung tragen müssen. Sonderpädagogische Fachleitungen schärfen über die Bildungsstufen hinweg den Blick für individuelle Entwicklungslogiken, Barrieren und Bedingungen fachlicher Teilhabe.

Der Mehrwert der Vernetzung liegt nicht darin, diese Perspektiven noch einmal nebeneinanderzustellen. Er liegt darin, ihre Ausschnitte miteinander zu verbinden.

Am Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I kann beispielsweise gemeinsam untersucht werden,

- welche Zahl- und Operationsvorstellungen aufgebaut wurden,
- wie verwendete Darstellungen in späteren Inhaltsbereichen weiterwirken,
- welche neuen sprachlichen und symbolischen Anforderungen entstehen,
- und an welchen Stellen ein institutioneller Neustart statt einer fachlichen Weiterentwicklung erfolgt.

Innerhalb einer Gesamtschule gewinnen insbesondere der Übergang in die gymnasiale Oberstufe und inklusive Lernverläufe an Bedeutung. Fachleitungen für HRSGe und GyGe können gemeinsam klären, welche algebraischen und funktionalen Vorstellungen verschiedene Bildungsgänge tragen, wie unterschiedliche Formalisierungsgrade beschrieben werden und welche Grundlagen beim Eintritt in die Oberstufe nicht nur vorausgesetzt, sondern diagnostisch überprüft werden sollten. Die sonderpädagogische Perspektive kann sichtbar machen, wo Aufgaben, Sprache oder Darstellungen Zugangsbarrieren erzeugen und wann Differenzierung Teilhabe ermöglicht oder fachliche Isolation verstärkt.

Der Austausch erweitert damit den fachlichen Zeithorizont der Ausbildung. Er ermöglicht Fachleitungen,

- gegenwärtige Lernschwierigkeiten in ihrer möglichen Entwicklungsgeschichte zu verstehen,
- den Aufbau einer Vorstellung über mehrere Bildungsstufen hinweg zu rekonstruieren,
- Darstellungen und Begriffe auf ihre langfristige Anschlussfähigkeit zu prüfen
- und die eigene Fachseminararbeit auf vorausgehende und nachfolgende Lernprozesse zu beziehen.

Zugleich wirkt er wechselseitigen Verantwortungszuschreibungen entgegen. Die Feststellung, eine Grundlage hätte in einer früheren Bildungsstufe erworben werden müssen, löst die aktuelle



Unterrichtsaufgabe nicht. Ebenso wenig darf eine Bildungsstufe so handeln, als beginne fachliches Lernen bei ihr neu.

Kein Lehramt kann allein gewährleisten, dass mathematische Grundlagen aufgebaut, in späteren Situationen erkannt und für weiteres Lernen produktiv genutzt werden.

Diese gemeinsame Verantwortung benötigt kein eigenes abstraktes Modell. Sie zeigt sich praktisch darin, dass Fachleitungen Lernverläufe über die Grenzen des eigenen Lehramts hinaus betrachten und ihre Ausbildung so gestalten, dass LAA fachliche Anschlussfähigkeit mitdenken.

7.4 Fachleitungen lernen gemeinsam und entwickeln Ausbildung weiter

Lehramtsübergreifende Kooperation dient nicht nur einer besser abgestimmten Ausbildung der LAA. Sie ist selbst eine Professionalisierungsgelegenheit für Fachleitungen.

Fachleitungen besitzen unterschiedliche Erfahrungen mit mathematischen Gegenständen, Lerngruppen, Ausbildungssituationen und institutionellen Anforderungen. Diese Unterschiede werden zu einer Ressource, wenn sie an einem gemeinsamen Gegenstand bearbeitet werden. Fachleitungen können voneinander lernen, indem sie

- Situationen aus ihrer Fachseminar- und Beratungspraxis gemeinsam analysieren,
- Schülerprodukte aus verschiedenen Bildungsstufen vergleichen,
- die Bearbeitung derselben fachdidaktischen Jobs gegenüberstellen,
- QuaMath-Prinzipien lehramtsspezifisch konkretisieren,
- eigene Beobachtungs- und Beratungskategorien explizieren
- und gemeinsame oder aufeinander abgestimmte Ausbildungsgelegenheiten entwickeln.

Gegenseitiges Lernen bedeutet dabei nicht, die Praxis eines anderen Lehramts zu übernehmen. Eine Grundschulperspektive kann Fachleitungen der Sekundarstufe genauer erkennen lassen, welche Bedeutung früh aufgebaute Darstellungen für spätere symbolische Prozesse besitzen. Die sonderpädagogische Perspektive kann Zugangsbedingungen sichtbar machen, die in anderen Lehrämtern als selbstverständlich vorausgesetzt werden. Die HRSGe-Perspektive eröffnet Erfahrungen mit der Rekonstruktion fachlicher Grundlagen unter hoher Heterogenität. Die GyGe-Perspektive kann verdeutlichen, wie elementare Strukturen zunehmende Abstraktion und Formalisierung tragen.

Der Gewinn liegt in der Perspektiverweiterung und in der reflexiven Prüfung der eigenen Ausbildungspraxis.



Gemeinsame Fall- und Schülerproduktanalysen

Reichhaltige Handlungssituationen, wie sie in Kapitel 6 für die Fachseminararbeit beschrieben wurden, eignen sich auch für die Professionalisierung der Fachleitungen. Ein Fall kann aus mehreren Lehramtsperspektiven daraufhin untersucht werden,

- welche fachlichen Voraussetzungen jeweils angenommen werden,
- welcher Job im Zentrum steht,
- welche QuaMath-Prinzipien für seine Bearbeitung relevant sind,
- welche unterschiedlichen Deutungen möglich sind
- und wie sich Handlungsoptionen nach Bildungsstufe und Lerngruppe verändern.

Schülerprodukte können entlang eines längerfristigen fachlichen Entwicklungsstrangs verglichen werden, etwa zum Stellenwertverständnis, zu Bruchvorstellungen, zum proportionalen Denken, zum Gleichheitsverständnis oder zum funktionalen Denken. Dadurch wird sichtbar, welche Vorstellungen erhalten bleiben, weiterentwickelt oder formalisiert werden und an welchen Stellen Bedeutungsbrüche entstehen.

Gemeinsame Ausbildungsentwicklung

Fachleitungen können auf dieser Grundlage Seminarbausteine, Fallvignetten, Aufgabenanalysen, Beobachtungsfragen oder Beratungsimpulse gemeinsam entwickeln. Gemeinsame Arbeit bedeutet nicht, für alle Lehrämter identische Seminarsitzungen zu erstellen. Sinnvoll ist sie dort, wo ein gemeinsam erschlossener fachlicher Kern anschließend lehramtsspezifisch vertieft werden kann.

Mögliche Gegenstände sind beispielsweise

- fachbezogene Diagnose,
- Verstehensgrundlagen und Darstellungsvernetzung,
- kognitive Aktivierung,
- adaptive Unterstützung,
- mathematische Kommunikation
- oder die Gestaltung von Übergängen.

Entscheidend ist, dass das gemeinsame Produkt nicht mit dem Professionalisierungsprozess verwechselt wird. Ein Beobachtungsbogen, Seminarbaustein oder Materialpool kann Ergebnisse sichern und Transfer erleichtern. Der eigentliche Lernprozess liegt jedoch in der gemeinsamen Analyse, begrifflichen Klärung, Erprobung und Reflexion.

Kollegiale Reflexion des Ausbildungshandelns

Auch das Ausbildungshandeln selbst kann zum gemeinsamen Gegenstand werden. Denkbar sind

- gegenseitige Hospitationen in Fachseminaren,
- Beratungswerkstätten,



- kollegiale Analysen von Unterrichtsvor- und -nachbesprechungen,
- Austausch über die Begleitung von Entwicklungsfoki,
- oder gemeinsame Reflexionen erprobter Ausbildungsbausteine.

Fachleitungen werden damit nicht nur als Vermittlerinnen und Vermittler fachlicher Konzepte verstanden. Sie untersuchen und entwickeln ihr eigenes Ausbildungshandeln.

Längerfristige und gegenstandsbezogene Zusammenarbeit entspricht dem Grundgedanken Professioneller Lerngemeinschaften: Professionelles Lernen wird mit gemeinsamer Unterrichtsbeziehungsweise Praxisentwicklung verbunden und nicht auf punktuellen Erfahrungsaustausch reduziert (Bonsen & Rolff, 2006). Auch die QuaMath-Konzeption setzt für nachhaltige Unterrichtsentwicklung auf fachbezogene Kooperation in Teams und Netzwerken.

Vernetzung ist dabei kein Selbstzweck. Gemeinsame Formate sind nur dann gerechtfertigt, wenn die unterschiedlichen Perspektiven einen erkennbaren fachlichen oder ausbildungsdidaktischen Mehrwert erzeugen. Dafür benötigen sie

- einen konkreten gemeinsamen Gegenstand,
- die Verbindung mit realer Ausbildungs- oder Unterrichtspraxis,
- Gelegenheiten zur Erprobung und Rückkopplung,
- Kontinuität
- und institutionell gesicherte Arbeitsmöglichkeiten.

Punktueller Begegnungen können einen Impuls geben. Nachhaltige Professionalisierung entsteht erst, wenn gemeinsame Fragen wiederholt bearbeitet, praktisch erprobt, reflektiert und in die eigene Ausbildungspraxis zurückgeführt werden (vgl. Lipowsky & Rzejak, 2021).

7.5 Ein möglicher Weg im Regierungsbezirk Köln

Wie eine solche Vernetzung schrittweise entstehen kann, zeigt eine Folge bereits realisierter und geplanter Aktivitäten im Regierungsbezirk Köln.

Einen gemeinsamen Ausgangspunkt bildete die **QuaMath-Tagung in Münster**, an der rund 50 Mathematikfachleitungen aus dem Regierungsbezirk Köln teilnahmen. Die Tagung schuf einen ersten lehramtsübergreifenden fachlichen Bezugsraum und machte zugleich das Interesse an kontinuierlicher Zusammenarbeit sichtbar (QuaMath-Tagung in Münster, o. J.).

Daran knüpfte die **QuaMath-Werkstatt** an. Bis Juli 2026 fanden zwei Werkstatttreffen statt, an denen sich jeweils etwa 20 bis 30 Fachleitungen unterschiedlicher Lehrämter beteiligten (QuaMath-Werkstatt im Regierungsbezirk Köln, 2026). Die gemeinsame Arbeit richtete sich insbesondere auf die QuaMath-Prinzipien als Orientierungsrahmen für Unterrichtsbeobachtung und Beratung. Im ersten Treffen wurden die Notwendigkeit einer gemeinsamen fachlichen Sprache und die Idee eines lehramtsübergreifend skalierbaren Grundrasters herausgearbeitet. Das zweite Treffen führte die Arbeit an Beobachtungskriterien und möglichen Indikatoren fort.



Beim **#fl_tag26_picknick** am 3. Juli 2026 (Ausbildung im Diskurs, 2026) wurde die QuaMath-Werkstatt als Barcamp-Session in einen breiteren Diskurs über Lehrkräfteausbildung eingebracht. Das Format des Fachleitungstags ist ausdrücklich auf offene Sessions, Austausch und Vernetzung ausgerichtet.

Einen weiteren Schritt bildet die für den **19. November 2026** geplante Tagung der Mathematikfachleitungen aller Lehrämter im Regierungsbezirk Köln. Vorgesehen sind die gemeinsame Arbeit an mathematischen Basiskompetenzen und typischen unterrichtlichen Anforderungssituationen, die Analyse von Fallbeispielen, der Vergleich lehramtsspezifischer Perspektiven sowie Vereinbarungen zur Vernetzung und zum Transfer in die Ausbildungsarbeit (Tagungsplanung Mathematikfachleitungen im Regierungsbezirk Köln, 2026).

Die Tagung ist nicht als Abschluss, sondern als möglicher Übergang in eine verbindlichere Weiterarbeit zu verstehen. Daran anschließen können insbesondere die in Kapitel 7.4 beschriebenen Formate:

- gemeinsame Fall- und Schülerproduktanalysen,
- lehramtsübergreifende Seminarbausteine,
- Beratungswerkstätten,
- gegenseitige Hospitationen,
- kleinere Arbeitsgruppen
- und weitere Werkstatttreffen.

Der regionale Entwicklungsweg lässt sich damit knapp beschreiben:

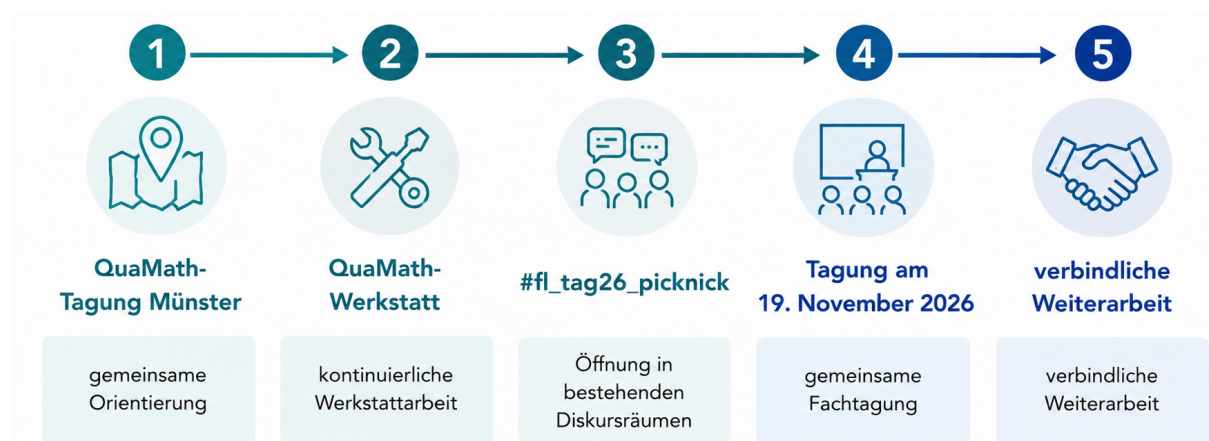


Abbildung 7.5: Regionaler Entwicklungsweg lehramtsübergreifender Vernetzung

Ob daraus eine nachhaltige Vernetzung entsteht, entscheidet sich nicht an der Zahl der Veranstaltungen. Entscheidend ist, ob gemeinsame fachliche Fragen weitergeführt, in der jeweiligen Ausbildungspraxis erprobt und in wiederkehrenden Arbeitszusammenhängen reflektiert werden. Dazu braucht es keine neue Parallelorganisation. Die Zusammenarbeit kann an vorhandene Fachleitungsdienstbesprechungen, ZfSL-Strukturen, Werkstattformate und regionale Kooperationen anschließen.



Zwischenfazit

Basiskompetenzen verbinden Fachleitungen unterschiedlicher Lehrämter nicht dadurch, dass überall dieselben Inhalte, Seminarbausteine oder Beobachtungsinstrumente verwendet werden. Das verbindende Moment liegt in gemeinsamen fachlichen Qualitätsansprüchen und in der Frage, wie mathematische Lernprozesse über Bildungsstufen und institutionelle Grenzen hinweg anschlussfähig gestaltet werden können.

Lehramtsübergreifende Kohärenz entsteht, wenn Fachleitungen

- gemeinsame Anforderungssituationen und Qualitätsdimensionen nutzen,
- ihre lehramtsspezifischen Konkretisierungen offenlegen,
- Lernverläufe über den eigenen Zuständigkeitsbereich hinaus betrachten,
- ihre Beobachtungs-, Beratungs- und Ausbildungspraxis gemeinsam reflektieren
- und Erkenntnisse in die weitere Fachseminararbeit zurückführen.

Die Kernaussage des Kapitels lautet:

Lehramtsübergreifende Vernetzung ist kein Selbstzweck und keine Forderung nach Vereinheitlichung. Sie verbessert die Kohärenz der Ausbildung, wenn unterschiedliche Fachleitungsperspektiven an konkreten mathematischen Lern- und Ausbildungssituationen aufeinander bezogen und für die gemeinsame Weiterentwicklung der Fachausbildung genutzt werden.

Damit richtet sich der Blick im folgenden Kapitel auf eine weitere Kohärenzbeziehung: das Zusammenwirken von ZfsL und Ausbildungsschulen bei der Begleitung der LAA.



Kapitel 8

Mathematische Basiskompetenzen als Gegenstand einer fachbezogenen Ausbildungspartnerschaft

Kapitel 6 hat gezeigt, wie mathematische Basiskompetenzen in der Fachseminararbeit verankert und an konkreten Handlungssituationen, individuellen Entwicklungsfoki und wiederholten Erprobungen bearbeitet werden können. Kapitel 7 hat daraus einen Anlass zur lehramtsübergreifenden Verständigung der Fachleitungen entwickelt. Damit stellt sich abschließend die Frage, wie diese fachliche Orientierung über das ZfsL hinaus mit der Ausbildungsschule verbunden werden kann.

Der Vorbereitungsdienst findet an zwei institutionell unterschiedlichen Lernorten statt. Das ZfsL eröffnet systematische und wissenschaftlich fundierte Gelegenheiten zur fachlichen Analyse, zur Entwicklung von Handlungsoptionen und zur Reflexion. Die Ausbildungsschule stellt den kontinuierlichen Handlungsraum bereit, in dem LAA Unterricht über längere Zeiträume planen, durchführen und auswerten, Lernentwicklungen beobachten und Verantwortung unter realen schulischen Bedingungen übernehmen.

Die OVP 2026 bestimmt die wissenschaftlich fundierte schulpraktische Ausbildung als gemeinsame Verantwortung von ZfsL und Schule. Zugleich bleiben die institutionellen Zuständigkeiten unterschieden: Die Gesamtverantwortung liegt bei der Leitung des ZfsL, die lehramtsbezogene Verantwortung bei den Seminarleitungen und die Verantwortung für die schulische Ausbildung bei der Schulleitung. Ausbildungsbeauftragte unterstützen insbesondere die Kooperation und die innerschulische Koordination (MSB NRW, 2026, §§ 1, 10, 15).

Diese rechtlich und organisatorisch angelegte Kooperation erzeugt jedoch noch nicht automatisch eine kontinuierliche **fachbezogene** Zusammenarbeit. Sie verläuft häufig über ZfsL- und Seminarleitungen, Schulleitungen und Ausbildungsbeauftragte. Diese Verbindungen sind notwendig, erreichen aber die konkrete fachliche Begleitung im Unterricht nur mittelbar. Eine systematische



Arbeitsbeziehung zwischen den Mathematikfachleitungen des ZfsL und den jeweiligen Ausbildungslehrkräften der LAA ist damit noch nicht selbstverständlich.

Das Thema mathematische Basiskompetenzen eröffnet die Möglichkeit, diese bisher schwach ausgeprägte Schnittstelle fachlich zu begründen und dauerhaft zu gestalten. Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte können sich auf einen konkreten gemeinsamen Gegenstand beziehen:

Wie lernt die LAA, mathematische Verstehensgrundlagen bei Schülerinnen und Schülern wahrzunehmen, ihren Aufbau fachlich zu unterstützen und die Wirkungen des eigenen Unterrichtshandelns zu reflektieren?

Die leitende These dieses Kapitels lautet:

Eine kohärente fachliche Ausbildung entsteht, wenn Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen als gemeinsamen Gegenstand bearbeiten, dabei eine anschlussfähige Sprache und gemeinsame Qualitätsorientierungen nutzen und die individuellen Entwicklungsfoki der LAA über beide Lernorte hinweg gleichsinnig unterstützen.

8.1 Ein gemeinsamer fachlicher Gegenstand verbindet die Lernorte

Kooperation zwischen ZfsL und Ausbildungsschule bleibt leicht organisatorisch, solange nicht geklärt ist, **woran** gemeinsam gearbeitet werden soll. Allgemeine Verständigung über Unterrichtsplanung, Unterrichtsbesuche oder den Ausbildungsstand einer LAA reicht hierfür nicht aus. Erforderlich ist ein fachlich gehaltvoller Gegenstand, der an beiden Lernorten in unterschiedlicher Weise bearbeitet werden kann.

Mathematische Basiskompetenzen eignen sich hierfür in besonderer Weise. Ihr Aufbau

- ist für das aktuelle und spätere mathematische Lernen bedeutsam,
- wird in konkreten Schüleräußerungen, Aufgabenbearbeitungen und Unterrichtssituationen sichtbar,
- verlangt fachliche Diagnose und adaptive Gestaltung,
- kann nur über längere Lernverläufe beurteilt werden
- und betrifft damit sowohl die systematische Seminararbeit als auch die kontinuierliche schulische Praxis.

Das ZfsL kann fachliches und fachdidaktisches Wissen bereitstellen, Fälle aus unterschiedlichen Schulen vergleichen und Wahrnehmungs-, Deutungs- und Entscheidungsalternativen eröffnen. Die



Ausbildungsschule ermöglicht dagegen, dieselben Fragen an realen Lerngruppen über längere Zeiträume zu verfolgen:

- Welche Vorstellungen bringen die Lernenden mit?
- Wie verändern sie sich innerhalb einer Unterrichtsreihe?
- Welche Aufgabe oder Darstellung macht Schülerdenken sichtbar?
- Welche Unterstützung führt tatsächlich zu einem nächsten Lernschritt?
- Welche Wirkungen zeigen sich erst nach wiederholter Erprobung?

Die beiden Lernorte leisten damit nicht dasselbe. Gerade ihre Differenz macht die Kooperation produktiv.

Das ZfsL ermöglicht fachliche Systematisierung und distanzierte Reflexion; die Schule ermöglicht kontinuierliche Wahrnehmung, Erprobung und Wirkungsbeobachtung.

Kohärenz entsteht, wenn diese Funktionen aufeinander bezogen werden. Fälle, Schülerprodukte und offene Fragen aus dem Unterricht werden im Fachseminar fachlich erschlossen. Seminarimpulse werden in der Schule erprobt. Die dabei entstehenden Beobachtungen fließen wiederum in Beratung, Fachseminar und weitere Planung zurück.

Mathematische Basiskompetenzen werden dadurch nicht lediglich zu einem Thema beider Lernorte. Sie werden zu einem gemeinsamen fachlichen Arbeitsgegenstand.

8.2 Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte als fachliche Kooperationspartner

Für eine solche Verbindung besitzen Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte komplementäre Expertisen. Abbildung 8.2 verdeutlicht, wie sich ihre unterschiedlichen Perspektiven auf einen gemeinsamen Entwicklungsfokus beziehen.

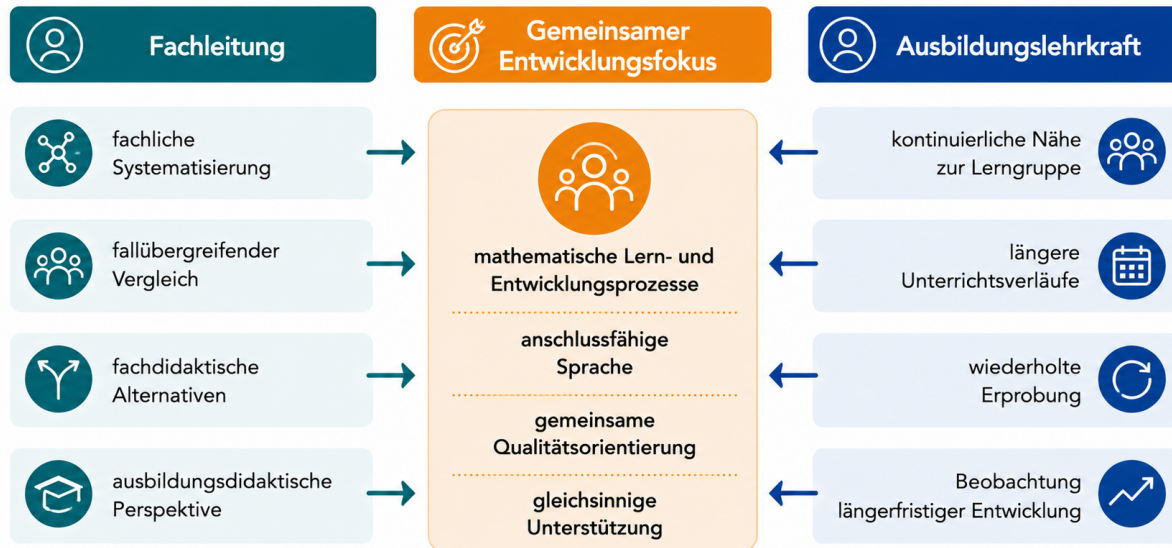


Abbildung 8.2: Komplementäre Expertisen in der fachbezogenen Ausbildungspartnerschaft

Fachleitungen bringen wissenschaftlich fundiertes fachliches, fachdidaktisches und ausbildungsdidaktisches Wissen sowie Erfahrungen aus unterschiedlichen Schulen, Lerngruppen und Unterrichtssituationen ein. Sie können eine konkrete Unterrichtserfahrung aus der Einzelsituation lösen, mit anderen Fällen vergleichen, mithilfe fachdidaktischer Kategorien systematisieren und alternative Handlungsoptionen erschließen. Die fachdidaktischen Jobs und die QuaMath-Prinzipien bieten dafür einen gemeinsamen Bezugsrahmen.

Ausbildungslehrkräfte verfügen demgegenüber über eine kontinuierliche Nähe zum Unterrichtshandeln der LAA und zur jeweiligen Lerngruppe. Sie erleben Planungen, situative Entscheidungen, wiederkehrende Schülerstrategien und Veränderungen im Handeln der LAA über längere Zeiträume. Dadurch können sie beobachten, ob eine im Seminar entwickelte Handlungsoption unter den konkreten Bedingungen der Lerngruppe tragfähig wird, welche Wirkungen sie entfaltet und wie sie weiter angepasst werden muss.

Die Perspektiven stehen weder hierarchisch zueinander noch sind sie austauschbar. Fachleitungen erweitern den fachlichen Deutungs- und Handlungsraum; Ausbildungslehrkräfte erschließen die Kontinuität des konkreten Lern-, Unterrichts- und Entwicklungsprozesses. Ihr gemeinsamer Bezugspunkt ist nicht eine identische Wahrnehmung der Situation, sondern die fachlich begründete Bearbeitung desselben Entwicklungsfokus.

Eine unmittelbare Kooperation verbindet beide Perspektiven. Sie ergänzt die koordinierende Funktion von Schulleitungen und Ausbildungsbeauftragten, ersetzt sie aber nicht. Ausbildungsbeauftragte behalten ihre Scharnierfunktion für die schulische Ausbildungsorganisation, die Umsetzung des Ausbildungsprogramms und die Beteiligung der Schule an



Perspektivgesprächen. Die fachliche Arbeit an konkreten mathematischen Lern- und Entwicklungsprozessen benötigt darüber hinaus den direkten Dialog zwischen Fachleitung und Ausbildungslehrkraft. Die OVP weist Ausbildungsbeauftragten ausdrücklich Koordinations- und Beratungsaufgaben zu und sieht zugleich vor, dass Schulen ihre Ausbildungsprogramme in Zusammenarbeit mit den zuständigen Seminaren entwickeln (MSB NRW, 2026, §§ 15–16).

Gemeinsame Sprache und Qualitätsorientierung

Eine solche Kooperation wird erst belastbar, wenn die Beteiligten ihre Beobachtungen und Rückmeldungen auf gemeinsame fachliche Kategorien beziehen können.

Die in den vorausgehenden Kapiteln entwickelten Bezugspunkte bieten dafür einen geeigneten Rahmen:

- mathematische Basiskompetenzen als tragende Verstehensgrundlagen,
- die fünf fachdidaktischen Jobs als wiederkehrende Anforderungssituationen,
- die QuaMath-Prinzipien als fachliche Qualitätsorientierungen,
- sowie die Unterscheidung zwischen Beobachtung, diagnostischer Deutung, Handlungsentscheidung und Wirkung.

Fachleitung und Ausbildungslehrkraft müssen eine Unterrichtssituation nicht identisch wahrnehmen. Sie sollten aber klären können,

- welche mathematische Vorstellung aufgebaut werden sollte,
- welche Schüleräußerung oder Bearbeitung beobachtet wurde,
- welche unterschiedlichen Deutungen möglich sind,
- welche Funktion eine Aufgabe, Darstellung oder Unterstützung besaß
- und woran eine fachliche Wirkung erkennbar wird.

Die QuaMath-Prinzipien stellen hierfür kein Bewertungsverfahren bereit. Sie bilden ein gemeinsames Koordinatensystem, in dem beispielsweise über Verstehensorientierung, kognitive Aktivierung, Lernendenorientierung und Adaptivität, Durchgängigkeit sowie Kommunikationsförderung gesprochen werden kann (Prediger et al., 2022; Holzäpfel et al., 2024).

Ein Konflikt zwischen unterschiedlichen Rückmeldungen kann dann fachlich bearbeitet werden. Beurteilt eine Ausbildungslehrkraft ein Unterrichtsgespräch als zu wenig gesteuert, während die Fachleitung dessen Offenheit als kognitiv produktiv ansieht, lautet die Frage nicht zunächst, wer recht hat. Zu untersuchen ist,

- welche mathematische Denkhandlung angeregt werden sollte,
- welche Beiträge der Lernenden entstanden,
- wann eine Intervention notwendig gewesen wäre,
- welche Wirkung die gewählte Offenheit hatte



- und welche alternative Steuerung denkbar gewesen wäre.

Die gemeinsame Sprache beseitigt Unterschiede nicht. Sie macht sie fachlich bearbeitbar.

8.3 Entwicklungsfoki als verbindender Bezugspunkt

Die Kooperation darf nicht bei einer allgemeinen Verständigung über guten Mathematikunterricht stehen bleiben. Sie benötigt einen Bezugspunkt, der für die konkrete Entwicklung der LAA bedeutsam ist.

Dafür eignen sich die in Kapitel 6 entwickelten **Entwicklungsfoki**.

Ein Entwicklungsfokus entsteht aus einer fachlich bedeutsamen Handlungssituation und bezeichnet einen erreichbaren nächsten Entwicklungsschritt der LAA. Er kann beispielsweise lauten:

Ich möchte Schülerbearbeitungen zu Brüchen so analysieren, dass ich unterschiedliche Grundvorstellungen erkenne, meine Deutung durch eine geeignete Nachfrage überprüfe und daraus einen fachlich begründeten nächsten Lernschritt ableite.

Ein solcher Fokus kann die Lerngelegenheiten von ZfsL und Schule miteinander verbinden:

Beteiligte	Beitrag zum Entwicklungsprozess
 LAA	formuliert den Fokus, plant Erprobungen, dokumentiert Beobachtungen und reflektiert Wirkungen
 Fachleitung	unterstützt die fachdidaktische Fundierung, erschließt Fälle und Handlungsoptionen und fokussiert Beratung
 Ausbildungs- lehrkraft	ermöglicht wiederholte Erprobungen, beobachtet längerfristige Entwicklungen und analysiert Schülerreaktionen
 Ausbildungs- beauftragte	unterstützt die organisatorische Einbettung und die Verbindung zu schulischen Ausbildungsgelegenheiten

Tabelle 8.3: Beiträge der Beteiligten zur Bearbeitung eines Entwicklungsfokus

Standortspezifische Überlegungen zur Weiterentwicklung der Fachseminarprogramme sehen Entwicklungsfoki bereits als mögliches Verbindungselement zwischen Fachseminar, LAA und Ausbildungslehrkräften vor. Entscheidend ist dabei, den Fokus längerfristig weiterzuführen, ohne das



verwendete Instrument zu einem Kontrollverfahren werden zu lassen. (ZfsL Engelskirchen, Seminar GyGe, 2026a)

Gleichsinnige Unterstützung statt identischer Rückmeldungen

Das Ziel besteht nicht darin, dass Fachleitung und Ausbildungslehrkraft dieselben Beobachtungen formulieren oder der LAA identische Ratschläge geben.

Gleichsinnige Unterstützung bedeutet, dass beide Lernorte denselben Entwicklungsfokus kennen, ihre Beiträge auf gemeinsame fachliche Qualitätskriterien beziehen und ihre Rückmeldungen füreinander anschlussfähig machen.

Eine Ausbildungslehrkraft kann dabei stärker auf die konkrete Lerngruppe, die längerfristige Unterrichtsreihe und schulische Bedingungen eingehen. Die Fachleitung kann zusätzliche fachdidaktische Perspektiven, alternative Fälle und systematische Kategorien einbringen. Unterschiedliche Akzentsetzungen bleiben produktiv, solange die notwendige Übersetzungsarbeit nicht allein der LAA überlassen wird.

Transparenz und Eigenverantwortung der LAA

Der Entwicklungsfokus gehört nicht den Auszubildenden. Die LAA bleibt Subjekt ihres Professionalisierungsprozesses.

Die OVP beschreibt LAA als eigenverantwortlich Lernende. Perspektivgespräche werden von ihnen geplant und geführt; sie dokumentieren die Ergebnisse und formulieren eigene Ziele, die im weiteren Ausbildungsverlauf fortgeschrieben werden sollen (MSB NRW, 2026, §§ 1, 17).

Daraus folgt für die Zusammenarbeit:

- Die LAA kennt den Zweck des Austauschs.
- Sie ist an der Formulierung des Entwicklungsfokus beteiligt.
- Es wird transparent vereinbart, welche Informationen zwischen den Beteiligten geteilt werden.
- Der Fokus wird nicht als Defizitetikett verwendet.
- Veränderungen werden nicht allein von außen bewertet, sondern von der LAA selbst mitreflektiert.

Die Kooperation soll keine engmaschige Kontrolle schaffen. Sie soll verhindern, dass die LAA zwei unverbundene Ausbildungswelten eigenständig zusammenführen muss.



8.4 Formen fachbezogener Kooperation

Nicht jede Fachleitung kann mit jeder Ausbildungslehrkraft kontinuierlich in engem Austausch stehen. Eine tragfähige Struktur benötigt deshalb wenige, funktionale Kooperationsformen. Sie sollten dort eingesetzt werden, wo sie für einen konkreten fachlichen Entwicklungsprozess einen erkennbaren Mehrwert besitzen.

Fachbezogene Orientierung zu Beginn der Ausbildung

Ein früher gemeinsamer Auftakt kann Ausbildungslehrkräfte mit den Grundgedanken der fachseminaristischen Arbeit vertraut machen. Gegenstände können sein:

- das Verständnis mathematischer Basiskompetenzen,
- die fachdidaktischen Jobs,
- die QuaMath-Prinzipien,
- die Funktion von Entwicklungsfoki,
- sowie Grundsätze einer ressourcenorientierten fachlichen Begleitung.

Dabei geht es nicht darum, schulischen Auszubildenden ein fertiges Seminarkonzept zu vermitteln. Der Auftakt schafft eine gemeinsame Ausgangssprache und eröffnet den Austausch darüber, welche Lerngelegenheiten die jeweilige Schule bereitstellen kann.

Fallbezogene Planung und Analyse

Bei einem konkreten Entwicklungsfokus können Fachleitung, Ausbildungslehrkraft und LAA ausgewählte Situationen gemeinsam bearbeiten:

- eine Unterrichtsplanung,
- Schülerprodukte oder Diagnoseaufgaben,
- eine nicht erwartete Schülerstrategie,
- einen Darstellungswechsel,
- eine Unterstützungsmaßnahme
- oder den Verlauf einer längeren Unterrichtssequenz.

Die Beratung richtet sich nicht auf die Herstellung eines vermeintlich optimalen Plans. Sie erweitert die Handlungsoptionen der LAA und klärt, worauf bei der Erprobung geachtet werden soll.

Fokussierte Unterrichtsbeobachtung

Unterrichtsbesuche oder schulische Hospitationen können gezielt an einen Entwicklungsfokus angebunden werden. Die OVP ermöglicht der LAA, einem Beratungsanliegen folgend eigene



Schwerpunkte zu setzen; konkrete Entwicklungsziele werden nach Unterrichtsbesuchen in einem Ergebnisprotokoll festgehalten und dienen als Grundlage für weitere Beratung (MSB NRW, 2026, § 12).

Nicht jede Unterrichtsbeobachtung muss gemeinsam erfolgen. Sinnvoll ist eine gemeinsame oder abgestimmte Beobachtung insbesondere dann, wenn

- unterschiedliche Deutungen geklärt werden sollen,
- ein Entwicklungsfokus über beide Lernorte weitergeführt wird,
- längere Lernverläufe für die Auswertung bedeutsam sind
- oder eine Erprobung gemeinsam vorbereitet wurde.

Fachleitung und Ausbildungslehrkraft können dabei unterschiedliche Beobachtungsperspektiven übernehmen, diese aber auf denselben fachlichen Gegenstand beziehen. Anschließend werden Beobachtungen zunächst getrennt von Deutungen betrachtet und mögliche Konsequenzen mit der LAA erörtert.

Schülerprodukt- und Lernverlaufsanalysen

Mathematische Basiskompetenzen zeigen sich oft deutlicher in einer Folge von Schülerbearbeitungen als in einer einzelnen Unterrichtsstunde. Ausbildungslehrkräfte können entsprechende Produkte und Beobachtungen aus dem Unterricht zugänglich machen; Fachleitungen können ihre Analyse fachdidaktisch strukturieren und mit vergleichbaren Fällen verbinden.

Eine solche Zusammenarbeit kann untersuchen,

- wie sich eine Vorstellung über mehrere Aufgaben hinweg entwickelt,
- ob eine Unterstützung nur kurzfristig zum richtigen Ergebnis führt,
- welche Fehlermuster wiederkehren,
- ob Darstellungen zunehmend flexibel genutzt werden
- und welcher nächste Lernschritt fachlich sinnvoll erscheint.

Gerade hier besitzt die kontinuierliche schulische Nähe einen Mehrwert, den punktuelle Unterrichtsbesuche allein nicht erzeugen können.

Perspektivgespräche und Ausbildungsprogramme

Perspektivgespräche können die übergreifende Entwicklungsrichtung klären und Beiträge der Beteiligten abstimmen. Sie finden nach der OVP im ersten und vierten Ausbildungsquartal mit einer Seminausbilderin oder einem Seminausbilder unter Beteiligung der Schule statt, die in der Regel durch die Ausbildungsbeauftragten vertreten wird. Sie können die kontinuierliche fachspezifische Kooperation jedoch nicht ersetzen (MSB NRW, 2026, § 17).



Für eine dauerhafte Verankerung bieten die Ausbildungsprogramme einen strukturellen Ansatzpunkt. Schulen erstellen ihre Programme in Zusammenarbeit mit den zuständigen lehramtsbezogenen Seminaren und passen sie an deren Ausbildungsprogramme an (MSB NRW, 2026, § 16).

Für das Fach Mathematik können darin beispielsweise Lerngelegenheiten ausgewiesen werden, in denen LAA

- Schülerprodukte und Lernstände analysieren,
- Förderentscheidungen mit Ausbildungslehrkräften beraten,
- Unterricht über längere Sequenzen planen,
- unterschiedliche Darstellungen erproben,
- Übergänge zwischen Jahrgangsstufen untersuchen
- oder an fachbezogener Unterrichtsentwicklung mitwirken.

Das schulische Ausbildungsprogramm wird damit nicht zu einem detaillierten Ablaufplan individueller Entwicklung. Es macht sichtbar, welche fachlichen Erprobungs- und Reflexionsräume die Schule bereitstellen kann.

8.5 Bedingungen und Spannungsfelder

Eine direkte fachliche Zusammenarbeit zwischen Fachleitungen und Ausbildungslehrkräften ist nicht automatisch professionalisierungsförderlich. Sie benötigt klare Bedingungen.

Rollenklarheit

Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte begleiten und beurteilen LAA in unterschiedlichen institutionellen Zusammenhängen. Nach der OVP erstellen Ausbildungslehrkräfte und Seminausbildende der fächerbezogenen Ausbildung schriftliche Beurteilungsbeiträge. Die Beiträge der Seminausbildenden schließen mit einer Note ab; die Beiträge der Ausbildungslehrkräfte bilden eine Grundlage für die von der Schulleitung erstellte Langzeitbeurteilung der Schule (MSB NRW, 2026, § 18 Abs. 2–3).

Die fachliche Kooperation darf deshalb nicht dazu führen, dass die institutionell getrennten Beurteilungsverantwortungen vermischt oder informell ein gemeinsames Urteil vorab hergestellt wird. Zu unterscheiden sind

- gemeinsame fachliche Orientierung,
- entwicklungsbezogene Beratung,
- transparente Rückmeldung
- und jeweils eigenverantwortete Beurteilung.



Ein gemeinsamer Qualitätsrahmen soll Urteile nachvollziehbarer machen, nicht institutionelle Verantwortlichkeiten verschmelzen.

Transparenz und Vertraulichkeit

Eine gemeinsame Begleitung benötigt Informationsaustausch. Sie darf jedoch nicht zu einer Kommunikation über die LAA hinweg führen.

Personenbezogene Informationen sollten nur

- für den vereinbarten Entwicklungsprozess erforderlich,
- für die LAA transparent,
- rollenklar verwendet
- und datenschutzrechtlich zulässig

weitergegeben werden.

Insbesondere persönliche Inhalte aus vertraulichen Beratungssituationen sind von fachbezogenen Entwicklungsinformationen zu unterscheiden. Nicht alles, was einer ausbildenden Person bekannt ist, ist für die gemeinsame Arbeit bestimmt.

Befähigen statt kontrollieren

Die in Kapitel 6 formulierte Ausbildungsmaxime gilt auch für die institutionelle Kooperation. Eine engere Verbindung von Schule und ZfsL darf die Selbstständigkeit der LAA nicht reduzieren.

Das Ziel ist nicht, dass die LAA zwischen mehreren abgestimmten Kontrollinstanzen möglichst genau vorgegebene Erwartungen erfüllt. Ziel ist, dass sie

- fachliche Herausforderungen zunehmend selbst erkennt,
- Unterstützung gezielt einholt,
- unterschiedliche Perspektiven prüft,
- Entscheidungen eigenständig begründet
- und Verantwortung für die Fortschreibung ihres Entwicklungsprozesses übernimmt.

Kooperation ist dann emanzipatorisch, wenn sie die Handlungsfähigkeit der LAA erweitert.

Qualifizierung der Ausbildungslehrkräfte

Die Übernahme von Ausbildungsaufgaben und umfangreiche Berufserfahrung garantieren noch keine gemeinsame ausbildungsdidaktische Orientierung. Ausbildungslehrkräfte benötigen deshalb zugängliche Professionalisierungsgelegenheiten, beispielsweise zu



- mathematischen Basiskompetenzen,
- den QuaMath-Prinzipien,
- fachbezogener Diagnose,
- ressourcenorientierter Rückmeldung,
- der Arbeit mit Entwicklungsfoki,
- und der Unterscheidung zwischen Beratung und Beurteilung.

Solche Angebote müssen nicht als umfangreiches paralleles Fortbildungssystem organisiert werden. Denkbar sind kurze digitale Orientierungen, gemeinsame Fallwerkstätten, Beteiligung an ausgewählten Fachseminarsitzungen oder schulübergreifende Austauschformate.

Verbindlichkeit bei begrenzten Ressourcen

Nicht jede Entwicklungsfrage erfordert einen gemeinsamen Termin. Fachbezogene Kooperation muss schlank bleiben und sich auf Situationen konzentrieren, in denen ihre unterschiedlichen Perspektiven tatsächlich gebraucht werden.

Erforderlich sind dennoch

- verlässliche Ansprechpersonen,
- vereinbarte Kommunikationswege,
- einzelne geschützte Zeitfenster,
- Rückhalt durch Seminar- und Schulleitungen
- sowie eine Einbindung in bestehende Ausbildungsprogramme.

Die Zusammenarbeit darf nicht allein vom persönlichen Engagement einzelner Fachleitungen oder Ausbildungslehrkräfte abhängen. Zugleich sollte keine zusätzliche umfangreiche Parallelstruktur geschaffen werden.

8.6 Zielbild einer fachbezogenen Ausbildungspartnerschaft

ZfsL und Ausbildungsschule bilden eine fachbezogene Ausbildungspartnerschaft, wenn sie

- den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen als gemeinsamen Ausbildungsgegenstand verstehen,
- die unterschiedlichen Beiträge beider Lernorte bewusst nutzen,
- Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte in einen direkten fachlichen Dialog bringen,
- eine gemeinsame, aber skalierbare Qualitätsorientierung verwenden,
- individuelle Entwicklungsfoki mit der LAA transparent vereinbaren,
- schulische Erprobungen und fachseminaristische Reflexion aufeinander beziehen,
- Beobachtungen und Wirkungen über längere Lernverläufe verfolgen,
- Unterschiede in Wahrnehmung und Beratung fachlich bearbeiten



- und auch die Ausbildenden selbst Gelegenheiten zur Weiterentwicklung erhalten.

Das Ziel ist weder eine Verschmelzung der Lernorte noch eine vollständig einheitliche Beratung.

Gemeinsamkeit entsteht nicht durch identische Aufgaben und Rückmeldungen, sondern durch die fachlich begründete Verbindung unterschiedlicher Expertisen.

Zwischenfazit

Mathematische Basiskompetenzen können die Kooperation zwischen ZfsL und Ausbildungsschulen qualitativ verändern. Sie bieten einen konkreten fachlichen Gegenstand, an dem sich Seminarimpulse, schulische Erprobung, Unterrichtsbeobachtung und Reflexion verbinden lassen.

Die entscheidende neue Schnittstelle liegt zwischen Fachleitungen und Ausbildungslehrkräften. Fachleitungen bringen wissenschaftlich fundierte Systematisierung, fallübergreifende Erfahrung und ausbildungsdidaktische Orientierung ein. Ausbildungslehrkräfte erschließen die Kontinuität der konkreten Lerngruppe, längere Unterrichtsprozesse und wiederholte Erprobungen. Entwicklungsfoki der LAA können beide Perspektiven miteinander verbinden.

Die Kernaussage des Kapitels lautet:

Eine kohärente Mathematiklehrkräfteausbildung entsteht, wenn LAA an beiden Lernorten nicht nur allgemein beraten, sondern bei der Bearbeitung fachlich gehaltvoller Entwicklungsfoki auf der Grundlage einer gemeinsamen Sprache und anschlussfähiger Qualitätsvorstellungen unterstützt werden. Schule und ZfsL übernehmen ihre gemeinsame Verantwortung konkret, wenn Ausbildungslehrkräfte und Fachleitungen mathematische Lernprozesse gemeinsam zum Gegenstand ihrer Ausbildungsarbeit machen.

Damit schließt sich der Argumentationsbogen dieser Schrift: Mathematische Basiskompetenzen tragen das Weiterlernen der Schülerinnen und Schüler. Ihre Wahrnehmung, Grundlegung und Weiterentwicklung wird zum Gegenstand der Fachseminararbeit, der lehramtsübergreifenden Vernetzung und einer fachbezogenen Ausbildungspartnerschaft zwischen ZfsL und Schule.



Schlussbetrachtung

Mathematische Basiskompetenzen sind weder ein begrenztes Förderthema noch eine Sammlung elementarer Fertigkeiten. Sie bezeichnen fachliche Verstehensgrundlagen, sicher verfügbare Fähigkeiten und flexibel nutzbare Strategien, auf die Lernende in weiteren mathematischen Lernprozessen wiederholt angewiesen sind. Ihre Sicherung ist deshalb keine Aufgabe, die einer einzelnen Jahrgangsstufe, einer Fördermaßnahme oder einem bestimmten Lehramt übertragen werden kann. Sie betrifft die Qualität des regulären Unterrichts über Bildungsstufen und institutionelle Übergänge hinweg.

Für die Lehrkräftebildung folgt daraus eine klare Konsequenz: Mathematische Basiskompetenzen dürfen im Vorbereitungsdienst nicht lediglich als zusätzlicher Seminarinhalt behandelt werden. Sie können vielmehr zu einem fachlichen Bezugspunkt werden, an dem Unterrichtsplanung, Diagnose, adaptive Unterstützung, Unterrichtsbeobachtung und Reflexion zusammengeführt werden. Entscheidend ist dabei die Verbindung von fachlichem Gegenstand und professioneller Entwicklung. LAA sollen nicht nur Wissen über Basiskompetenzen erwerben, sondern lernen, relevante Unterrichtssituationen wahrzunehmen, Schülerdenken fachlich zu deuten, Handlungsoptionen zu entwickeln, Entscheidungen zu begründen und deren Wirkungen zu überprüfen.

Die Orientierung an reichhaltigen Handlungssituationen, individuellen Entwicklungsfoki und wiederholten Erprobungen eröffnet dafür einen möglichen Ausbildungsweg. Professionalisierung entsteht nicht durch die Übernahme fertiger Lösungen, sondern durch die zunehmend selbstständige Bearbeitung fachlich bedeutsamer Herausforderungen. Professionelle Basiskompetenzen lassen sich in diesem Zusammenhang als mögliches Ergebnis gegenstandsbezogener Lern- und Entwicklungsprozesse verstehen. Ob und unter welchen Bedingungen sie tatsächlich aufgebaut werden, bleibt eine empirisch zu prüfende Frage.

Kohärenz entsteht zugleich nicht allein innerhalb des einzelnen Fachseminars. Die unterschiedlichen Lehrämter, Bildungsstufen und Lernorte tragen jeweils eigene Verantwortungen und Perspektiven bei. Diese Unterschiede sollen nicht eingeebnet werden. Sie müssen jedoch auf gemeinsame fachliche Qualitätsvorstellungen bezogen und füreinander anschlussfähig gemacht werden. Die QuaMath-Prinzipien und die wiederkehrenden fachdidaktischen Anforderungssituationen bieten hierfür einen möglichen gemeinsamen Orientierungsrahmen.

Besondere Bedeutung besitzt die Zusammenarbeit von ZfsL und Ausbildungsschulen. Eine fachbezogene Ausbildungspartnerschaft kann entstehen, wenn Fachleitungen und Ausbildungslehrkräfte mathematische Lernprozesse unmittelbar zum Gegenstand gemeinsamer Verständigung machen. Eine gemeinsame Sprache, transparente Entwicklungsfoki und anschlussfähige Rückmeldungen können dazu beitragen, dass LAA an beiden Lernorten nicht unverbundene oder widersprüchliche Erwartungen bearbeiten müssen. Schule und ZfsL übernehmen



ihre gemeinsame Verantwortung dann nicht nur organisatorisch, sondern am konkreten fachlichen Gegenstand.

Das vorliegende Konzept versteht sich damit nicht als abgeschlossenes Ausbildungsmodell. Es formuliert einen Orientierungs- und Entwicklungsrahmen, der in Fachseminaren, Ausbildungsschulen und lehramtsübergreifenden Arbeitszusammenhängen erprobt, konkretisiert und kritisch überprüft werden muss. Sein leitender Gedanke lässt sich knapp zusammenfassen:

Mathematische Basiskompetenzen tragen das Weiterlernen der Schülerinnen und Schüler. Ihre fachlich begründete Wahrnehmung und Weiterentwicklung kann zum roten Faden der Professionalisierung von LAA und zum gemeinsamen Bezugspunkt einer kohärenten Lehrkräftebildung werden.



Quellen

Literatur und öffentlich zugängliche Quellen

- Ableitinger, C., Kramer, J. & Prediger, S. (Hrsg.) (2013). *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung. Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-01360-8>
- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183–198.
- Ausbildung im Diskurs (2026). *#fl_tag26_picknick auf einen Blick*. Online-Beitrag, Stand 28. Juni 2026.
https://ausbildungimdiskurs.de/fl_tag26_picknick-auf-einen-blick/
- Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9(4), 469–520.
- BiSS-Akademie NRW (o. J.). *Basiskompetenzen aufbauen*.
<https://www.biss-akademie.nrw/m-ue-basiskompetenzen-aufbauen/>
- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E. & Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3–13. <https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194>
- Bonsen, M. & Rolff, H.-G. (2006). Professionelle Lerngemeinschaften von Lehrerinnen und Lehrern. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52(2), 167–184. <https://doi.org/10.25656/01:4451>
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Bundesministerium für Bildung, Familie, Senioren, Frauen und Jugend – BMBFSFJ (2026). *Basiskompetenzen: Ein Fundament für lebenslanges Lernen*. Rahmenprogramm empirische Bildungsforschung.
<https://www.empirische-bildungsforschung-bmbfsfj.de/de/Basiskompetenzen-2604.html>
- Deeken, C., Neumann, I. & Heinze, A. (2020). Mathematical prerequisites for STEM programs: What do university instructors expect from new STEM undergraduates? *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 6, 23–41. <https://doi.org/10.1007/s40753-019-00098-1>
- Deeken, C., Neumann, I. & Heinze, A. (2026). Mathematische Studierfähigkeit in MINT-Studiengängen: Inwiefern halten Expertenlehrkräfte die Erwartungen von Hochschullehrenden in der Schule für umsetzbar und realisiert? *Mathematica Didactica*, 49(1).
<https://doi.org/10.18716/ojs/md/2026.3112>
- Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik – DZLM (o. J.a). *Mathe sicher können. Forschungsbasierte und praxiserprobte Diagnose- und Fördermaterialien zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen*. <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/>



- Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik – DZLM (o. J.b). *QuaMath: Fünf Prinzipien für guten Mathematikunterricht*. <https://www.quamath.de/info-materialien>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Gasteiger, H. & Bruns, J. (2022). *Mathematische Basiskompetenzen und tragfähiges Zahlverständnis zum Schulanfang. Basistext zum Online-Seminar „Basiskompetenzen und tragfähiges Zahlverständnis (Jhg. 1)“*. MaCo/DZLM.
<https://maco.dzlm.de/?q=basiskompetenzen-und-tragfaehiges-zahlverstaendnis>
- Götze, D., Selter, C., Prediger, S., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., Eichholz, L. & Wilhelm, N. (2025). *Fünf Prinzipien guten Mathematikunterrichts*. QuaMath/DZLM. <https://quamath.de/node/10097>
- Hascher, T. (2005). Die Erfahrungsfälle. *Journal für LehrerInnenbildung*, 5(1), 40–46.
- Heinze, A. & Bruder, R. (2015). Übergänge gestalten. *mathematik lehren*, 32(192), 2–7.
- Hericks, U. (2006). *Professionalisierung als Entwicklungsaufgabe: Rekonstruktionen zur Berufseingangsphase von Lehrerinnen und Lehrern*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Holzäpfel, L., Prediger, S., Götze, D., Rösken-Winter, B. & Selter, C. (2024). Qualitätsvoll Mathematik unterrichten: Fünf Prinzipien. *mathematik lehren*, 242, 2–9.
- Huber, S. G. (2026). *Gut gerüstet für die Zukunft: Datengestützte Qualitäts- und Unterrichtsentwicklung in Nordrhein-Westfalen*. Gastbeitrag im Bildungsportal NRW.
<https://www.schulministerium.nrw/gut-geruestet-fuer-die-zukunft-datengestuetzte-qualitaets-und-unterrichtsentwicklung-nordrhein>
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen – IQB (o. J.a). *Definition der Bildungsstandards und Kompetenzstufenmodelle*. Berlin.
<https://www.iqb.hu-berlin.de/de/bista/entwicklung/definition/>
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen – IQB (o. J.b). *Entwicklung und Normierung der Basiskompetenztests*. Berlin: Humboldt-Universität zu Berlin.
<https://www.iqb.hu-berlin.de/de/research/entwicklungnormierungbkts/>
- Junghans, C. (2024). Perspektiven zur Entwicklung einer professionalisierungsförderlichen Ausbildungsdidaktik in der zweiten Phase der Lehrer/innenbildung. *Lehren & Lernen*, 50(4), 6–12.
<https://doi.org/10.25656/01:32558>
- Jütte, H. & Lüken, M. M. (2021). Mathematik inklusiv unterrichten – Ein Forschungsüberblick zum aktuellen Stand der Entwicklung einer inklusiven Didaktik für den Mathematikunterricht in der Grundschule. *Zeitschrift für Grundschulforschung*, 14, 31–48.
- Kaenders, R. & Schmidt, R. (2011). Beispiele, Perspektiven und Fragen zur Förderung mathematischer Begriffsentwicklung durch GeoGebra. In H.-U. Weigand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 443–446). Münster: WTM.



- Keller-Schneider, M. & Hericks, U. (2017). Professionalisierung von Lehrpersonen – Berufseinstieg als Gelenkstelle zwischen Aus- und Weiterbildung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 35(2), 301–317.
- Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Teil I: Arithmetik, Algebra, Analysis*. Leipzig: B. G. Teubner.
- Kultusministerkonferenz – KMK (o. J.). *ministerkonferenz – KMK (o. J.). Deutsch im Unterricht*. Berlin/Bonn: KMK.
<https://www.kmk.org/bildungsministerkonferenz/vertiefende-bildungsinhalte/allgemeinbildende-sch>
- Kultusministerkonferenz – KMK (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Beschluss vom 18. Oktober 2012.
- Kultusministerkonferenz – KMK (2015). *Lehrerbildung für eine Schule der Vielfalt*. Gemeinsame Empfehlung von Hochschulrektorenkonferenz und Kultusministerkonferenz. Berlin/Bonn.
- Kultusministerkonferenz – KMK (2022a). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich*. Beschluss vom 15. Oktober 2004 in der Fassung vom 23. Juni 2022.
- Kultusministerkonferenz – KMK (2022b). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss und Mittlerer Schulabschluss*. Beschluss vom 23. Juni 2022.
- Kultusministerkonferenz – KMK (2024). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung*. Beschluss vom 16. Oktober 2008 in der Fassung vom 8. Februar 2024.
- Larrain, M. & Kaiser, G. (2022). Interpretation of students' errors as part of the diagnostic competence of pre-service primary school teachers. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 43, 39–66.
- Lewalter, D., Diedrich, J., Goldhammer, F., Köller, O. & Reiss, K. (Hrsg.) (2023). *PISA 2022. Analyse der Bildungsergebnisse in Deutschland*. Münster: Waxmann.
- Lipowsky, F. & Rzejak, D. (2021). *Fortbildungen für Lehrpersonen wirksam gestalten. Ein praxisorientierter und forschungsgestützter Leitfaden*. Gütersloh: Bertelsmann Stiftung.
- Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule von DMV, GDM und MNU (2019). *Mathematik – alternativlos! Handlungsempfehlungen der Fachgesellschaften für einen leichteren Übergang von der Schule an die Hochschule*.
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen – MSB NRW (2021). *Kerncurriculum für die Lehrerausbildung im Vorbereitungsdienst*. Düsseldorf.
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen – MSB NRW (2023). Ministerin Feller: Wir nutzen die Chancen der Digitalisierung, um unsere Schülerinnen und Schüler gezielt zu fördern. Die digitale Lernanwendung „divomath“ steht Lehrkräften für den Mathematikunterricht in den Klassen 3–6 zur Verfügung. Pressemitteilung vom 26. November 2023.
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen – MSB NRW (2024). „Wir finden all unsere Schülerinnen und Schüler toll“. Start des Startchancen-Programms in Nordrhein-Westfalen.



Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen – MSB NRW (2025). *Klare Ziele. Klarer Fokus. Schulkompass NRW 2030*. Düsseldorf.

Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen – MSB NRW (2026). *Verordnung über den Vorbereitungsdienst und die Staatsprüfung für Lehrämter an Schulen (Ordnung des Vorbereitungsdienstes und der Staatsprüfung – OVP)*. Vom 7. Januar 2026 (GV. NRW. S. 93), Fassung gültig ab 1. Juli 2026.

<https://recht.nrw.de/lrgv/rechtsverordnung/01072026-ordnung-des-vorbereitungsdienstes-und-de-r-staatspruefung-ovp/>

Moser Opitz, E., Freeseemann, O., Prediger, S., Grob, U., Matull, I. & Hußmann, S. (2017). Remediation for students with mathematics difficulties: An intervention study in middle schools. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 724–736.

OECD (2023). *PISA 2022 Results. Volume I: The State of Learning and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing.

PIKAS – Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (o. J.a). *Arithmetische Basiskompetenzen. Orientierungsrahmen für die Primarstufe*.

<https://pikas.dzlm.de/fortbildung/basiskompetenzen-sichern-rechenschwierigkeiten-vermeiden/a-rithmetische-basiskompetenzen>

PIKAS – Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (o. J.b). *Basiskompetenzen sichern – Rechenschwierigkeiten vermeiden*.

<https://pikas.dzlm.de/fortbildung/basiskompetenzen-sichern-rechenschwierigkeiten-vermeiden>

Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B. & Selter, C. (2022). Five principles for high-quality mathematics teaching: Combining normative, epistemological, empirical, and pragmatic perspectives for specifying the content of professional development. *Frontiers in Education*, 7, 969212. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.969212>

Prediger, S., Rösken-Winter, B. & Leuders, T. (2019). Which research can support PD facilitators? Strategies for content-related PD research in the Three-Tetrahedron Model. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(4), 407–425. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09434-3>

Prediger, S., Selter, C., Götze, D., Hallemann, S., Holzäpfel, L., Kreuziger, A., Pant, H. A. & Rösken-Winter, B. (2024). QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln: Konzept des Zehnjahres-Programms von DZLM und KMK. *GDM-Mitteilungen*, 116(1), 49–61.

Prediger, S., Selter, C., Hußmann, S. & Nührenbörger, M. (Hrsg.) (2026). *Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen: Brüche, Prozente und Dezimalzahlen*. 2. Auflage. Berlin: Cornelsen.

Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule Nordrhein-Westfalen – QUA-LiS NRW (o. J.a). *Vergleichsarbeiten in der Jahrgangsstufe 3: Allgemeine Informationen*.

<https://www.schulentwicklung.nrw.de/e/vera3/allgemeine-informationen/index.html>

Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule Nordrhein-Westfalen – QUA-LiS NRW (o. J.b). *Vergleichsarbeiten in der Jahrgangsstufe 8: Hintergrundinformationen und Testkonzeption*.



<https://www.schulentwicklung.nrw.de/e/lernstand8/hintergrundinformationen/testkonzeption/index.html>

- Schmidt, R. (2018). Emanzipation fördern im und durch Mathematikunterricht. In M. Vogel (Hrsg.), *Wirksamer Mathematikunterricht* (S. 189–198). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Schwippert, K., Kasper, D., Eickelmann, B., Goldhammer, F., Köller, O., Selter, C. & Steffensky, M. (Hrsg.) (2024). *TIMSS 2023. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (Hrsg.) (2025). *Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen: Natürliche Zahlen*. 2. Auflage. Berlin: Cornelsen.
- Stanat, P., Schipolowski, S., Gentrup, S., Sachse, K. A., Weirich, S. & Henschel, S. (Hrsg.) (2025). *IQB-Bildungstrend 2024. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der 9. Jahrgangsstufe im dritten Ländervergleich*. Münster: Waxmann.
- Stanat, P., Schipolowski, S., Schneider, R., Sachse, K. A., Weirich, S. & Henschel, S. (Hrsg.) (2022). *IQB-Bildungstrend 2021. Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im dritten Ländervergleich*. Münster: Waxmann.
- Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz – SWK (2022). *Basale Kompetenzen vermitteln – Bildungschancen sichern. Perspektiven für die Grundschule*. Bonn/Berlin: SWK.
- Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz – SWK (2023). *Lehrkräftegewinnung und Lehrkräftebildung für einen hochwertigen Unterricht*. Bonn/Berlin: SWK.
- Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz – SWK (2025). *Kompetenzen für den erfolgreichen Übergang von der Sekundarstufe I in die berufliche Ausbildung sichern*. Bonn/Berlin: SWK.
- Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung Baden-Württemberg – ZSL (o. J.). *Basiskompetenzen*. Stuttgart: ZSL. <https://zsl-bw.de/Lde/startseite/im-fokus/im-fokus-basiskompetenzen>

Projekt- und standortbezogene unveröffentlichte Materialien

- QuaMath-Tagung in Münster (o. J.). *Projektinterne Veranstaltungsunterlagen*. Unveröffentlicht.
- QuaMath-Werkstatt im Regierungsbezirk Köln (2026). *Interne Arbeits- und Ergebnisdokumentationen der Werkstatttreffen am 7. Mai und 7. Juli 2026*. Unveröffentlicht.
- Tagungsplanung Mathematikfachleitungen im Regierungsbezirk Köln (2026). *Vernetzung und Kohärenz in der Mathematiklehrkräfteausbildung: Fachliche Basiskompetenzen lehramtsübergreifend stärken – typische unterrichtliche Anforderungssituationen als ausbildungsdidaktische Anker*. Entwurf für die Tagung am 19. November 2026. Unveröffentlichtes Konzeptpapier.



Wilks, E., Eisen, V., Brökelschen, D., Wensing, E. & Friedrich, B. (2024). *Bridging the Gap: Die Schnittstelle von der Primar- in die Sekundarstufe im Matheunterricht konsequent gestalten*. Unveröffentlichte Vortragspräsentation, BiSS-Akademie NRW.

ZfsL Engelskirchen, Seminar GyGe (2026a). *Professionalisierung im Dialog – Die Zone der nächsten Entwicklung*. Unveröffentlichtes Konzeptpapier.

ZfsL Engelskirchen, Seminar GyGe (2026b). *Konzept zur Arbeit in Professionellen Lerngemeinschaften*. Unveröffentlichtes Konzeptpapier.

ZfsL Engelskirchen, Seminar GyGe (2026c). *Ausbildungsprogramme der Fachseminare – Ausfüllanleitung*. Unveröffentlichtes Arbeitspapier.